

Univerzita Karlova
Přírodovědecká fakulta
katedra sociální geografie a regionálního rozvoje

Studijní program: Geografie
Studijní obor: Učitelství geografie a matematiky



Kateřina ŠVUBOVÁ

PRÁCE S MAPOU V ZÁVISLOSTI NA MATEMATICKÝCH DOVEDNOSTECH ŽÁKŮ

MAP USE ACCORDING TO THE STUDENTS' LEVEL OF
MATHEMATICAL SKILLS

Diplomová práce

Praha 2019

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Martin Hanus, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze dne 15. dubna 2019

.....
Kateřina Švubová

Poděkování:

Na tomto místě bych chtěla poděkovat RNDr. Martinu Hanusovi, Ph.D., za ochotné vedení této diplomové práce, jeho cenné rady, odborné připomínky a nápady do dalšího psaní. Druhý dík patří konzultantce RNDr. Lence Havelkové za obrovskou pomoc při sestavování didaktického testu.

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce se řadí mezi studie věnující se problematice mapových dovedností. Zaměřuje se na dovednost práce s tematickými mapami – konkrétně kartogramem a kartodiagramem – a hledá odpovědi na otázky ohledně míry vlivu matematických dovedností a znalostí právě na tyto mapové dovednosti. Hlavním cílem této práce je pomocí didaktického testu mapových a matematických dovedností podrobně prozkoumat korelaci těchto dvou proměnných a vliv úspěšnosti v dané matematické dovednosti v matematické části testu na úspěšnost v otázkách v mapové části testu tyto dovednosti využívající.

V teoretické části práce byly podrobně analyzovány a vymezeny matematické dovednosti, které uživatel tematické mapy potřebuje pro správnou práci s ní. Vzhledem k tomu, že pro různé kartografické vyjadřovací metody jsou klíčové jiné matematické dovednosti, byl vytvořen podrobný seznam těchto dovedností pro čtyři nejvyužívanější vyjadřovací metody – metodou liniových znaků, plošných znaků, kartogram a kartodiagram.

Hlavní část práce se potom věnuje plošnému testování mapových a matematických dovedností mezi žáky devátých tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. V mapové části test ověřuje čtení, analýzu a interpretaci kartogramu a kartodiagramu, v druhé části potom matematické dovednosti využívané při práci s těmito mapami. Závislost mapových dovedností na těch matematických se prokázala, silnější korelace byla potom zjištěna u dívek než u chlapců. Závislost úspěšnosti v mapových otázkách ověřujících dílčí matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu se prokázala u devíti z jedenácti zjišťovaných matematických dovedností.

Klíčová slova

mapové dovednosti, matematické dovednosti, geografické vzdělávání, matematika, kartogram, kartodiagram

Abstract

The presented diploma thesis belongs to studies that deals with map skills. This thesis focuses on thematic maps – namely the choropleth map and proportional symbol map – and research correlation between map skills and mathematical skills. The main aim is to research correlation between these two variables using didactic test. This thesis also researches the effect of success in a given mathematical skill in the mathematical part of the test on success rate in questions that examine that skill in the map part of the test.

In the theoretical part of the thesis, the mathematical skills that are needed while working with maps were defined and analysed. Given that various mathematical skills are needed while working with various cartographic expression methods, detailed list of these skill has been developed for the four most widely used cartographic methods – flow map, area class map, choropleth map and proportional symbol map.

The main part of the thesis is devoted to general testing of map and mathematical skills among pupils in the ninth grade of elementary schools and corresponding class of grammar schools. In the first part the test verified reading, analysing and interpretation of choropleth map and proportional symbol map, in the second part the mathematical skills used while working with these maps were tested. The correlation between mathematical skills and map skills has proven. The dependency has been slightly stronger among girls rather than boys. Dependency of the success in map questions verifying partial mathematical skill on the success of this skill in the mathematical part of the test were proven in nine out of eleven surveyed mathematical skills.

Key words

map skills, mathematical skills, geography education, mathematics, choropleth map, proportional symbol map

Obsah

Seznam grafů	- 11 -
Seznam tabulek	- 12 -
Seznam použitých zkratk	- 13 -
1 Úvod	- 15 -
1.1 Cíle diplomové práce	- 16 -
2 Mapové dovednosti	- 19 -
2.1 Vymezení mapových dovedností	- 19 -
2.2 Práce s mapou a matematika	- 23 -
2.2.1 Realizované výzkumy vztahu mapových dovedností a matematiky	- 26 -
3 Matematické dovednosti	- 31 -
3.1 Vymezení matematických dovedností	- 31 -
3.2 Matematické dovednosti využívané při práci s mapami	- 34 -
3.2.1 Matematické dovednosti využívané při čtení tematických map	- 34 -
3.2.2 Matematické dovednosti využívané při analýze tematických map ...	- 35 -
3.2.3 Matematické dovednosti využívané při interpretaci tematických map	- 37 -
3.2.4 Matematické dovednosti využívané při tvorbě tematických map	- 38 -
3.2.5 Matematické dovednosti využívané při práci s kartogramem a kartodiagramem	- 39 -
3.2.6 Systematizace matematických dovedností využívaných při práci s mapami a jejich porovnání s RVP	- 41 -
3.2.7 Matematické dovednosti v testu mapových dovedností v této práci	- 43 -
4 Metodika	- 45 -
4.1 Výběr testovaného vzorku	- 46 -
4.2 Konstrukce didaktického testu	- 47 -
4.3 Vlastnosti didaktického testu – pilotní šetření	- 51 -

4.3.1	Reliabilita testu pilotního šetření	51 -
4.3.2	Obtížnost úloh pilotního šetření	52 -
4.3.3	Citlivost úloh pilotního šetření	54 -
4.4	Analýza dat	55 -
5	Výsledky testování	57 -
5.1	Charakteristika vzorku testovaných	57 -
5.2	Vlastnosti didaktického testu	60 -
5.3	Úroveň mapových a matematických dovedností	63 -
5.4	Korelace mapových a matematických dovedností	71 -
5.5	Dovednost aplikovat matematické dovednosti a znalosti při práci s mapami	75 -
6	Diskuze výsledků	79 -
	Závěr	82 -
	Použitá literatura:	85 -
	Seznam příloh:	91 -

Seznam grafů

Graf č. 1 – Struktura testovaného vzorku podle pohlaví	- 57 -
Graf č. 2 – Struktura testovaného vzorku dle známky ze zeměpisu.....	- 58 -
Graf č. 3 – Struktura testovaného vzorku dle známky z matematiky.....	- 59 -
Graf č. 4 – Struktura testovaného vzorku podle vztahu k zeměpisu a matematice	- 59 -
Graf č. 5 – Celková úspěšnost v didaktickém testu.....	- 64 -
Graf č. 6 – Celková úspěšnost v didaktickém testu podle typu školy	- 64 -
Graf č. 7 – Celková úspěšnost v didaktickém testu podle pohlaví.....	- 65 -
Graf č. 8 – Úspěšnost v mapové/matematické části testu	- 66 -
Graf č. 9 – Úspěšnost v mapové části testu podle typu školy a pohlaví.....	- 66 -
Graf č. 10 – Úspěšnost v matematické části testu podle typu školy a pohlaví.....	- 67 -
Graf č. 11 – Úspěšnost s ohledem na ověřovaný druh mapových dovedností	- 67 -
Graf č. 12 – Úspěšnost v dílčích mapových dovednostech podle typu školy	- 68 -
Graf č. 13 – Úspěšnost v dílčích mapových dovednostech podle pohlaví	- 68 -
Graf č. 14 – Úspěšnost v dílčích mapových dovednostech podle kartografické vyjadřovací metody	- 69 -
Graf č. 15 – Úspěšnost s ohledem na typ kartografické vyjadřovací metody	- 70 -
Graf č. 16 – Úspěšnost v otázkách u jednotlivých kartografických vyjadřovacích metod podle typu školy	- 70 -
Graf č. 17 – Úspěšnost v otázkách u jednotlivých kartografických vyjadřovacích metod podle pohlaví	- 71 -
Graf č. 18 – Korelace úspěšností v matematické a mapové části testu	- 72 -
Graf č. 19 – Korelace úspěšností v matematické a mapové části testu v závislosti na pohlaví	- 73 -
Graf č. 20 – Úspěšnosti studentů nižších gymnázií v jednotlivých částech testu	- 74 -
Graf č. 21 – Korelace úspěšností v matematické a mapové části testu v závislosti na typu školy	- 75 -

Seznam obrázků

Obrázek č. 1 – Model mapových dovedností zaměřený na práci s tematickými mapami - 20 -	
Obrázek č. 2 – Porovnání souřadnicových sítí používaných v matematice a zeměpisných souřadnicových sítí.....	- 25 -

Seznam tabulek

Tabulka č. 1 – Matematické dovednosti využívané při práci s tematickými mapami konkrétních kartografických vyjadřovacích metod.....	- 40 -
Tabulka č. 2 – Četnosti matematických dovedností v původním testu mapových dovedností užitým Havelkovou (2016).....	- 48 -
Tabulka č. 3 – Četnosti matematických dovedností v upraveném testu mapových dovedností	- 49 -
Tabulka č. 4 – Četnosti matematických dovedností zvlášť pro čtení, analýzu a interpretaci map.....	- 50 -
Tabulka č. 5 – Reliabilita pilotního šetření při vynechání dané otázky	- 52 -
Tabulka č. 6 – Index obtížnosti úloh pilotního šetření.....	- 53 -
Tabulka č. 7 – Index obtížnosti pilotního šetření úloh žáků základních škol	- 53 -
Tabulka č. 8 – Index obtížnosti pilotního šetření úloh žáků středních škol	- 54 -
Tabulka č. 9 – Citlivost testových úloh pilotního šetření.....	- 55 -
Tabulka č. 10 – Struktura testovaného vzorku podle obce a školy	- 57 -
Tabulka č. 11 – Reliabilita testu při vynechání dané otázky.....	- 60 -
Tabulka č. 12 – Citlivost testovaných otázek.....	- 61 -
Tabulka č. 13 – Index obtížnosti úloh	- 61 -
Tabulka č. 14 – Korelace matematických dovedností a dílčích mapových dovedností v závislosti na pohlaví a typu školy	- 73 -
Tabulka č. 15 – Závislost úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících danou matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu.	- 76 -

Tabulka č. 16 – Závislost úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících danou matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu podle pohlaví. - 77 -

Tabulka č. 17 – Závislost úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících danou matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu podle typu navštěvované školy..... - 78 -

Seznam použitých zkratk

GIS	geografický informační systém
RVP	rámcový vzdělávací program
RVP G	rámcový vzdělávací program pro gymnázia
RVP ZV	rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
ŠVP	školní vzdělávací program
ZŠ	základní škola

1 Úvod

Ve stále více digitalizujícím se světě se mapy zdají být na první pohled za zenitem. Stále větší množství lidí je už od útlého věku zvyklé na chytré telefony s celou řadou mapových aplikací a GPS navigacemi, které hlásí před každou křižovatkou, kam přesně jít a pokud náhodou přeci jen odbočí špatně, okamžitě jim přepočítá a navrhne jinou trasu. Zejména mladí a žáci ve školách vám budou oponovat, proč by se měli učit orientovat v papírových mapách, když mají ty digitální, proč by se měli učit počítat s měřítkem mapy, když na internetu jim mapa sama spočítá délku trasy, kterou si vybrali. I s výškovým profilem a návrhem přestávky u nejbližšího stánku s rychlým občerstvením. Na odpověď, že chytrý telefon se vám může uprostřed hor vybit vytáhnou powerbanky, v existenci něčeho jako hluboká horská údolí, kam žádný internetový ani GPS signál nedosáhne nevěří a při předpovědi válečného konfliktu či apokalypsy, kdy budou všechny satelity sestřeleny a elektronická zařízení nefunkční, si budou ťukat na čelo.

Ale i kdybychom připustili, že papírové mapy jako nástroj pro navigaci už možná dosloužily, stále se setkáváme s mapami jako důležitými nositeli a distributory informací. Ať už s plánky na každém druhém billboardu u silnice, schémata dopravních sítí na zastávkách a v dopravních prostředcích či ve zpravodajství, televizi nebo na internetu. Mapy, zejména ty tematické, mají schopnost znázornit mnohá statistická data přehledněji a názorněji, než tabulka či graf. Pokud jim ovšem čtenář rozumí. Proto je velmi důležité, aby žáci opouštěli základní školu a zejména hodiny zeměpisu se schopností číst, analyzovat a interpretovat mapy, které můžou vidět všude kolem sebe.

Mapové dovednosti byly v posledních letech předmětem mnoha výzkumů na světové i české akademické půdě. Tato práce se připojuje k těm, které se snaží poukázat na faktory ovlivňující úroveň mapových dovedností, konkrétně na korelaci s matematickými dovednostmi. Vztahu matematiky a mapových dovedností se věnovaly mnohé studie (viz např. Muir, Cheek 1986, Dorn et al. 2005, Wiegand 2006, Grofelnik, Pap 2013, Rasmussen, Winslów 2013, Ishikawa 2016). Často v nich na straně matematiky vystupuje prostorová představivost jako nejdůležitější matematická dovednost pro práci s mapou, na straně mapových dovedností potom čtení mapy a orientace v ní. Tyto studie se také často zaměřují na topografické mapy, kdežto mapy tematické, se kterými se ale člověk v běžném životě setkává častěji, se v těchto výzkumech objevují zřídka. Tato práce se proto zaměří právě na mapy tematické, k práci s nimiž, ač to tak na první pohled nemusí vypadat, je potřeba

stejnou míru, pokud ne vyšší, matematických dovedností a znalostí. Vzhledem k velkému množství a různosti kartografických vyjadřovacích metod se tato práce zaměří pouze na dvě nejpoužívanější kvantitativní metody: kartogram a kartodiagram.

1.1 Cíle diplomové práce

Hlavním cílem této diplomové práce je identifikovat vliv matematických dovedností žáků na úspěšnost v úlohách ověřujících mapové dovednosti, konkrétně čtení, analýzu a interpretaci kartogramu a kartodiagramu. Pro dosažení toho cíle byly stanoveny dílčí cíle:

1. Sumarizovat a diskutovat poznatky z dosud realizovaných výzkumů vztahu mapových dovedností a matematiky.
2. Identifikovat, které matematické dovednosti jsou klíčové pro práci s tematickými mapami.
3. Zjistit, kdy v průběhu školní docházky je z hlediska matematických dovedností možno studentům představit nejvyužívanější typy tematických map.
4. Na základě rešerše literatury a identifikovaných matematických dovedností klíčových k práci s mapami sestavit didaktický test plošného testování mapových dovedností žáků a test matematických dovedností potřebných k práci s mapou.
5. Z výsledků empirického šetření mezi studenty devátých ročníků základních škol a odpovídajícího ročníku víceletých gymnázií vyhodnotit míru korelace matematických a mapových dovedností

K naplnění těchto cílů byly formulovány výzkumné otázky, na které se tato práce snaží najít odpověď v empirické části:

- *Existuje korelace mezi úspěšností studentů v testu matematických dovedností a testu mapových dovedností? Je tato korelace pro dílčí mapové dovednosti – čtení, analýzu a interpretaci – různá? Bude se lišit pro práci s různými typy map, konkrétně kartogramem a kartodiagramem? Ovlivní míru korelace pohlaví respondentů nebo typ navštěvované školy?*
- *Vyskytují se mezi žáky, kteří ovládají matematické dovednosti potřebné pro práci s mapami častěji ti, kteří jsou schopni tyto dovednosti v mapách aplikovat a jsou tudíž v testu mapových dovedností úspěšní, nebo ti, kteří si*

propojení těchto oborů neuvědomují a v testu mapových dovedností dopadají neúspěšně? Liší se to pro různé dílčí matematické dovednosti?

Práce je členěna do šesti kapitol. Druhá kapitola bude věnována vymezení pojmu mapové dovednosti a jejím dílčím aspektům. Formou rešerše české i zahraniční literatury budou shrnuty a diskutovány dosavadní výzkumy vztahu mapových a matematických dovedností. Třetí kapitola se bude zabývat definováním pojmu matematické dovednosti a vymezením dílčích matematických dovedností využívaných při práci s tematickými mapami. Tyto matematické dovednosti a témata budou systematizovány podle okruhů v RVP a pomocí ŠVP a často využívaných učebnic matematiky zjištěn pravděpodobný ročník vyučování dané dovednosti.

V empirické části této práce, kterou představuje čtvrtá, pátá a šestá kapitola, bude popsána metodika sestavení a výsledky didaktického testu ověřujícího mapové a matematické dovednosti. Bude popsán postup pilotního šetření, na jehož základě byly zjištěny vlastnosti testu jakožto nástroje statistického šetření, jako je reliabilita, citlivost či obtížnost testu. Pátá kapitola se bude zabývat analýzou výsledků finálního testování, které proběhlo ve statistickém softwaru R a na základě prostudování odborné literatury (např. Chráska 2007, Hendl 2012) bylo pro ověření nulových hypotéz použito výpočtů Pearsonova korelačního koeficientu a Wilcoxonova dvouvýběrového testu. V poslední šesté kapitole budou tyto výsledky diskutovány a porovnány s předchozími studiemi tohoto vztahu.

2 Mapové dovednosti

Jedním z klíčových pojmů této práce jsou mapové dovednosti. Jejich vymezení a kategorizaci se v Česku v posledních několika letech věnovalo několik autorů a vznikla řada podrobných studií s touto tematikou (Hanus 2012, Hanus, Marada 2014, Mrázková 2013), není tudíž cílem této práce se podrobněji věnovat tomuto vymezení. Přesto by ale bylo vhodné, aby na tomto místě byly vysvětleny alespoň základní pojmy mapových dovedností, jejich vztah s matematikou a přehled předchozích studií zkoumajících právě toto propojení.

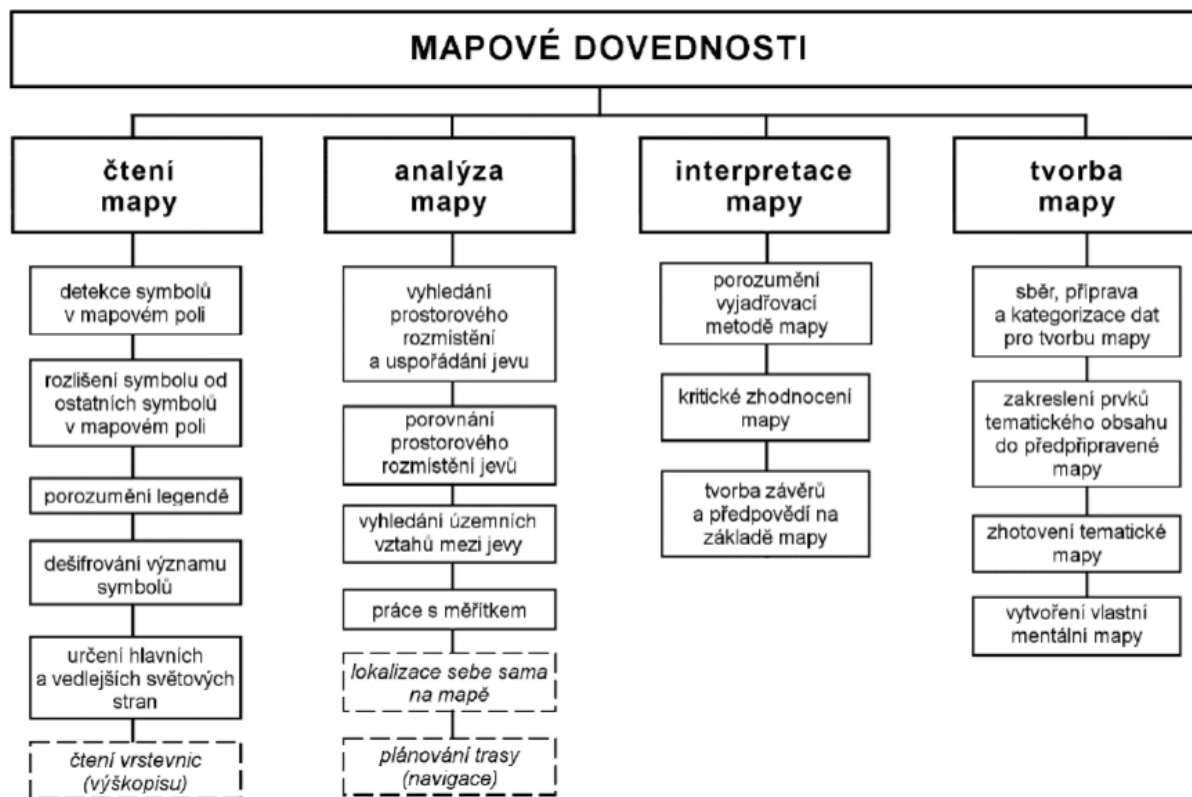
2.1 Vymezení mapových dovedností

Mapovými dovednostmi je v odborné literatuře nejčastěji chápána skupina konkrétních dovedností nebo předpokladů, využívajících se při práci s mapou (Hanus, Marada 2014, Mrázková 2011). Mrázková (2010) používá označení kartografické dovednosti a uvádí podrobnější vymezení, ve kterém vyjmenovává konkrétní dílčí úkony: *"Kartografické dovednosti v sobě zahrnují nejen běžné úkony, jako je práce s legendou, vyhledání určitého místa na mapě nebo zorientování mapy, ale také práci s několika mapami, porovnání map a vyhledání prostorových vztahů a souvislostí a na závěr také zodpovídání geografických otázek s pomocí map a tvorbu jednoduchých závěrů a zdůvodnění"* (Mrázková 2010, s. 54). Mapové dovednosti bývají řazeny jako podmnožina geografických dovedností, které jsou podle Řezníčkové (2013) způsobilosti člověka k vykonávání určité činnosti v rámci geografické problematiky. Tímto vymezením jsou zakotveny v rámci jednoho konkrétního předmětu – zeměpisu (Mrázková 2013). Řada autorů ovšem tuto specifickou polemizuje a staví práci s mapou na úroveň obecných, mezipředmětových dovedností získávání informací, podobně jako práci s grafy, tabulkami či textem (Hanus, Marada 2014, Havelková 2014).

Tato množina dílčích dovedností je ovšem různorodá a lze ji různými způsoby dělit a klasifikovat. Například Sanford (1986) vytvořil model struktury mapových dovedností na základě pořadí, ve kterém jsou při práci s mapou využívány. V českých studiích ovšem převažuje členění podle kognitivní náročnosti na čtyři druhy, a sice čtení, analýzu, interpretaci a tvorbu map (Hanus, Marada 2014, Mrázková 2011). Pro lepší orientaci v tomto členění byl vytvořen Mrázkovou (2011) a dále upraven Hanusem a Maradou (2014) model mapových dovedností. Tento model byl následně Havelkovou (2016)

upraven a specifikován pro tematické mapy. Pro účely této práce, vzhledem k jejímu zaměření na tematické mapy, bude použita právě upravená verze Havelkové (2016).

Obrázek č. 1 – Model mapových dovedností zaměřený na práci s tematickými mapami



Zdroj: Havelková (2016)

Kognitivně nejméně náročnou dovedností je první zmíněná, čtení mapy. Podle van der Schee (1987, In: Mrázková 2013) se jedná o základní činnosti rozpoznání a pojmenování jevů a prvků na mapě, o získávání primárních informací. Jde o klíčovou dovednost a nejvíce se u ní uplatňují osvojené geografické znalosti, jako je porozumění výškopisu a polohopisu, měřítka mapy a generalizace (Mrázková 2013). Čtení mapy je považováno za elementární dovednost, bez které není možné zvládnout na ni navazující a náročnější dovednosti analýzy a interpretace mapy (van Dijk, van der Schee, Trimp, van der Zijpp 1994, In: Mrázková 2013), protože tyto dále pracují s daty a informacemi, které uživatel právě čtením mapy získal. Ormeling (1996) upřesňuje tuto dovednost a doplňuje o otázku: *co?*, na kterou podle něj dává odpověď. Dále ke čtení mapy přiřazuje slovesa: *popsat* a *rozpoznat*, která označují aktivity, které uživatel mapy v rámci čtení vykonává.

V Havelkovou (2016) upraveném modelu mapových dovedností byla co se týče zaměření na tematické mapy nejvíce pozměněna právě dovednost čtení mapy, protože

komplexní čtení tematických map nebylo podle ní v původním modelu dostatečně reflektováno. Práce s legendou a dekodování tematického obsahu mapy je v tomto případě složitější a obecně vymezená dovednost *používat legendu* v původním modelu není dostatečná. Upravený model vymezuje dílčí dovednosti práce s legendou *detekce, rozlišení a porozumění symbolům* a jejich rozmístění. Z původního modelu zůstává možná na první pohled překvapivě i *čtení vrstevnic a určení světových stran*, které se zdají být pro tematické mapy nadbytečné vzhledem k jejich využití zejména v topografických mapách. Ale vzhledem k tomu, že někteří autoři řadí mezi tematické mapy i turistické mapy, cyklomapy a automapy (Voženílek 2004), je třeba je v modelu nechat. *Určení světových stran* je také důležité pro popis prostorového rozmístění jevů i v tematických mapách při jejich analýze a interpretaci, při kterém se hlavní i vedlejší světové strany běžně využívají.

Druhou kategorií mapových dovedností je analýza mapy. Dle Terminologického slovníku zeměměřičství a katastru nemovitostí (online, ©2005) je analýza mapy definována jako vyhledávání a rozbor geografický objektů, jevů a procesů v mapě za účelem poznání jejich rozmístění a jejich vzájemných vztahů v prostoru a čase, stejně jako poznání jejich kvantitativních nebo kvalitativních vlastností. Uživatel mapy při analyzování zkoumá rozmístění a prostorové uspořádání jevů, porovnává ho a nachází mezi nimi podobnosti, rozdíly a závislosti (Havelková 2016), zpracovává a vyhodnocuje informace a data, která získal při čtení mapy. Dle Ormelinga (1996) analýza mapy odpovídá na otázku *kde?* a uživatel mapy během ní *klasifikuje a zařazuje* geografické jevy do různých kategorií.

Havelková (2016) dále poukazuje na to, že dílčí dovednosti analýzy map vymezené v modelu Mrázkovou (2011) a upraveném Hanusem a Maradou (2014) jako je *vyhledání a porovnání územních vztahů a prostorového rozmístění jevů* jsou uplatňovány i při práci s tematickými mapami a není tudíž potřeba původní model pro tematické mapy upravovat tolik, jako tomu bylo u *čtení mapy*. Obecně geografické a topografické mapy slouží především k získání primárních dat o poloze, případně vzdálenosti a směru, kdežto v tematických mapách dochází ke znázornění konkrétních prostorových dat (Rittschhof, Griffin, Custer 1998). Práci s měřítkem mapy Havelková (2016) nechává v modelu zaměřeném i na tematické mapy i přes jeho na první pohled jasné využití zejména v topografických mapách s odůvodněním, že tato dovednost je klíčová při práci s turistickými mapami, cyklomapami a automapami, které řadíme do map tematických. Zároveň podobně jako určování světových stran slouží k orientaci a jednoznačnému popisu

prostorového rozmístění jevů, je důležitá i práce s měřítkem a tím pádem správný popis vzdáleností jevů i na tematické mapě. Z podobného důvodu, pro práci s turistickými a cyklomapami, byly do modelu přidány dovednosti *lokalizace sebe sama na mapě* a *plánování trasy*.

Dovednost interpretovat mapy znamená schopnost vyvozovat závěry, vytvářet předpovědi a zodpovídat geografické otázky pomocí informací získaných z mapy jejím čtením a analýzou (Mrázková 2013). Interpretovat mapu znamená dobře jí porozumět a zároveň být schopen využívat geografické znalosti. U předchozích dovedností Ormeling (1996) uváděl krátké jednoslovné otázky, na které daná dovednost odpovídá, interpretace mapy je ovšem komplexnější a komplikovanější a zároveň obě předchozí dovednosti, čtení i analýzu, využívá, a proto i otázky, které si žák při interpretaci klade, jsou složitější. Jako příklad Ormeling (1996) uvádí: *proč to tam je? Co to může způsobit? Jak to ovlivňuje okolí? Jak to můžeme rozvíjet?* a slovesy: *vysvětlit, předpovídat, hodnotit a zhodnotit* popisuje aktivitu, kterou žák při odpovědích na ně vykonává.

V upraveném modelu mapových dovedností pro tematické mapy Havelková (2016) upozorňuje na nástrahy, kdy u tematických map musí být žák schopen nejprve určit, zda je vůbec možné hledané informace z této konkrétní mapy získat či nikoliv. Přidává tudíž dovednost *porozumění vyjadřovací metodě a kritické zhodnocení mapy*, kdy musí student porozumět tomu, co vlastně mapa znázorňuje, porovnat ji s jinými mapami a rozhodnout, která nejlépe poslouží jeho účelu. *Porozumění vyjadřovací metodě* mapy, jak autorka přiznává, je v některých případech důležité i pro analýzu map, ale z důvodu přehlednosti a jasnosti modelu byla zařazena pod interpretaci map.

Poslední mapovou dovedností je tvorba mapy, která stojí samostatně trochu opodál od výše zmíněných. Čtení, analýza a interpretace mapy jsou považovány za na sebe navazující dovednosti s rostoucí kognitivní náročností – každá z těchto dovedností je náročnější než ta jí předcházející a předpokládá se, že bez zvládnutí právě těch předchozích není student schopen dosáhnout úspěchu v následujících (Havelková 2016). Tvorbu mapy nelze do této posloupnosti zařadit, jedná se totiž o dovednost spíše psychomotorickou, na rozdíl od třech zbývajících, které jsou více kognitivní (Havelková 2016). Přesto si lze ale těžko představit, že by byl kdokoli schopen vytvořit smysluplnou mapu, aniž by byl

schopen ji číst či analyzovat. A i opačně, dle Wieganda (2006) je uživatel mapy schopen ji lépe číst, analyzovat a interpretovat, pokud si proces tvorby podobné mapy sám předtím vyzkoušel. Za tvorbu mapy považujeme nejen intuitivně chápané vytváření různých druhů map a plánů, ale také mentálních map a modelů zemského povrchu (Hanus, Marada 2014).

Havelková (2016) ve svém upraveném modelu mapových dovedností tematických map upozorňuje, že pod dovednost *tvorba mapy* nespadá jen samotné vytvoření mapy s využitím různých vyjadřovacích metod, ale i jemu předcházející *sběr, příprava a kategorizace dat*, které potřebuje tvůrce tematické mapy ovládat. Řada tematických map nevzniká úplně od prázdného papíru, ale jen přidáním zpracovaných dat, tematického obsahu, do už předem připravené mapy. Právě tuto dovednost, *zakreslit prvky tematického obsahu do předpřipravené mapy*, přidává Havelková jako další specifikum tvorby tematických map. Jako samostatnou dovednost potom vyčleňuje *vytvoření vlastní mentální mapy*, jejichž důležitost ve své práci vyzdvihuje Drumhellerová (1968), jakožto jednu z nejdůležitějších mapových dovedností, které studenti po dokončení školy budou využívat v běžném životě nejčastěji. Mentální mapy, které si vytváříme, bývají mnohem častěji topografické či obecně geografické, ale podle MacEachrena (2004) je pro interpretaci konkrétní mapy klíčové mít v hlavě vytvořené schéma dané, i tematické, mapy.

2.2 Práce s mapou a matematika

Mapové dovednosti jsou v českém prostředí jakožto předmět výzkumů relativně novým tématem. Ve světě má ovšem výzkum tohoto aspektu geografie o něco delší tradici sahající do 2. poloviny minulého století. Zhodnocení těchto výzkumů byl podobně jako samotnému vymezení a klasifikaci mapových dovedností věnován prostor v řadě českých publikací posledních let (Mrázková 2010, Mrázková 2013, Hanus 2012, Hanus, Marada 2014), proto bych na tomto místě chtěla věnovat pozornost poznatkům z těch studií, které se zaměřují na vztah mapových dovedností a matematiky a blíže prozkoumat vazby mezi těmito obory. Jak bylo naznačeno v úvodu této podkapitoly, v českém prostředí takovýchto studií nenajdeme mnoho. V zahraničí je ovšem vazba mezi těmito obory nastíněna nejen teoreticky, ale i podpořena řadou empirických studií, i když některé z nich se zaměřují pouze na dílčí aspekty matematických dovedností, a to hlavně na prostorovou představivost.

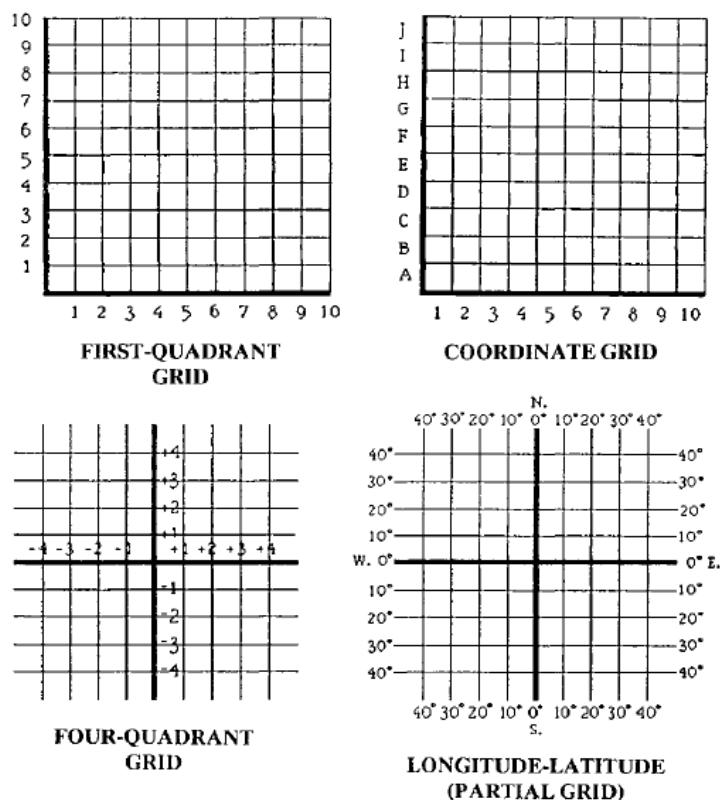
Úzký vztah matematiky a mapových dovedností naznačuje už rozdělení předpokladů pro práci s mapami na *map numeracy* a *map literacy*, neboli kartograficko-matematické dovednosti a kartograficko-čtenářské dovednosti (Wiegand 2006). Mezi *map numeracy*, tedy matematické znalosti a dovednosti, které musí čtenář mapy ovládat, aby s ní mohl úspěšně pracovat, patří v první řadě dovednosti rozvíjené v geometrii. Wiegand (2006) uvádí například odhad a měření vzdáleností, ve kterých je důležité, aby měli studenti realistickou představu, k čemuž může být pomůckou porovnání ke známé vzdálenosti (např. vzdálenost od domu ke škole je 1 km; z mého města do hlavního města je to zhruba 250 km); a s tím spojená práce s měřítky. Muir a Cheeková (1986) se zmiňují konkrétně o studiu perspektivy a osvojení si zvyku, že na mapy je třeba pohlížet z ptáčích perspektivy, podobně jako v Eukleidovské geometrii; či vývoji vnímání směru. Podrobnější přehled matematických dovedností, které jsou předpokladem pro správnou práci s mapou, bude uveden v kapitole 3.2 (s. 34).

Propojenost těchto dvou oborů je zřetelná nejen v předpokladech, ale spojuje je i specifická symbolika. Ta ovšem bývá dle Muir a Cheekové (1986) v souvislosti s mapami ve výuce podceňována a může být pro studenty zrádná. Na jednu stranu se v mapách setkávají se symbolickými či obrázkovými znaky, kterým rozumí intuitivně bez potřeby legendy, na stranu druhou se zde vyskytují komplikované geometrické znaky, které se od sebe liší nejen tvarem jako v matematice, ale jejich význam se mění i s rozdílnou velikostí či barvou.

Dalším příkladem propojenosti je způsob, jakým se v geografii popisuje poloha: zeměpisná souřadnicová síť je vlastně jen jinak pojmenovaná čtyř-kvadrantová kartézská soustava souřadnic. V tomto ohledu upozorňují Muir a Cheeková (1986) na chybějící koordinaci kurikula výuky geografie a matematiky, protože čtyř-kvadrantová zeměpisná souřadnicová síť je studentům v hodinách zeměpisu předkládána dříve než v matematice, kde se do té doby setkali pouze se soustavou s jedním kvadrantem (Obrázek č. 2). Wiegand (2006) ovšem v této souvislosti poukazuje na to, že různé takovéto mřížky a souřadnicové sítě žáci často chápou intuitivně např. při hrách jako jsou *lodě* i dříve, než se s nimi vůbec poprvé setkají v geometrii nebo při zakreslování grafů funkcí. Anthamatten et al. (2018) ve svém výzkumu poukazuje na možnost představit žákům čtyř-kvadrantovou soustavu souřadnic poprvé právě na mapě přirozeněji a pro ně jednodušeji než v hodině matematiky.

Na prospěšnost koordinace a propojení výuky zeměpisu a matematiky kromě Muir a Cheekové (1986), kteří se touto problematikou zabývají v teoretické rovině porovnáváním kurikulů těchto dvou předmětů a apelují na užší spolupráci při jejich vytváření, upozorňují i Rasmussen a Winsløw (2013) a zkoumají prospěšnost integrace výuky pomocí rozhovorů s vysokoškolskými profesory didaktik geografie i matematiky. Shodují se na jasných přínosech propojení vyučování těchto dvou předmětů – časová úspora, zvýšení zájmu a motivace studentů nebo zlepšení výsledků. Jako konkrétní příklady, kde by obory propojili, uvádí na prvním místě právě mapy. Z matematického učiva jim k propojení připadá nejvhodnější geometrie – už etymologie těchto slov GEOMETrie a GEOgrafie prý naznačuje příbuznost. Jako další vhodná témata připouští třeba statistiku nebo téma funkcí.

Obrázek č. 2 – Porovnání souřadnicových sítí používaných v matematice a zeměpisných souřadnicových sítí



Zdroj: Muir, Cheek (1986), s. 287

Řada autorů, která zkoumá vztah matematiky a mapových dovedností, nezohledňuje celou šíři matematiky ale jen některý z jejích podoborů. Velmi často bývá takto zkoumána geografie a prostorová představivost (spatial ability), případně prostorové myšlení (spatial thinking). Už z vymezení samotného pojmu prostorová představivost je patrná souvislost

s mapami, a tím pádem oprávněnost častého zkoumání těchto konceptů dohromady. Prostorová představivost je podle Hejného (1990) schopnost, díky které můžeme vidět to, co ještě není – umožňuje nám vytvářet si představy geometrických objektů a jejich rozmístění v prostoru a v představě s nimi manipulovat. Hartl (2004) mluví o prostorové inteligenci, jejíž vymezení je velmi podobné Hejného (1990) prostorové představivosti, a vymezuje ji jako to, co nám umožňuje vybavovat si představy prostoru a dále s nimi pracovat. Dokonce navíc uvádí, že člověk s rozvinout prostorovou inteligencí má schopnost snadno chápat a vytvářet grafy, filmy a mapy. V následující podkapitole uvidíme, že prokázáním tohoto tvrzení se zabývala řada empirických studií (Liben et al. 2013, Ishikawa 2016, Jadallad et al. 2017, Anthamatten et al. 2018). V teoretické rovině potom Uttal (2000) zkoumá vliv práce s mapou na vývoj prostorové představivosti u dětí a tvrdí, že mapy jsou velmi dobrou pomůckou v osvojování si této dovednosti, která umí být oproti jiným, těžko představitelným příkladům v učebnicích, velmi názorná a pomáhá dětem naučit se převádět trojrozměrný svět, který vidí kolem sebe, do jeho dvojrozměrného zobrazení.

2.2.1 Realizované výzkumy vztahu mapových dovedností a matematiky

Výzkum, který obecně slouží k získávání poznatků, je nástroj vědy, který Kerlinger (1972) definuje jako zkoumání hypotetických výroků o předpokládaných vztazích mezi jevy, které je systematické, kontrolované, empirické a kritické. Gavora (2010) dodává, že je vykonáván specializovanými odborníky s příslušnou kvalifikací a vzděláním, jejichž cílem je budovat a ověřovat vědecké teorie.

Vědecké výzkumy je možné členit z různých hledisek, např. podle funkcí, které má výsledek plnit, cíle, který si výzkum klade, stupně komplexnosti, časové organizace a počtu opakování, či doby trvání (Linderová, Scholz, Munduch 2016). Nejjednodušeji je lze členit na *teoretické*, které jsou založeny na dedukci a analýze a komparaci pojmů a výroků; a *empirické*, které pracují s konkrétními údaji a daty o jevech získanými určitými metodami a technikami sběru dat (Reichel 2009). Z hlediska počtu zkoumaných jednotek Kellerová (2013) rozlišuje *extenzivní* výzkumy, které zkoumají většinou jen několik málo vlastností a parametrů ale na co největším počtu určitých jednotek; a *intenzivní*, který zkoumá méně jednotek ale podrobněji a do větší hloubky. V předchozí kapitole byly shrnuty výsledky teoretických studií matematiky a mapových dovedností, tato podkapitola předkládá výčet realizovaných empirických studií tohoto tématu, případně jeho zúžení na vztah map

a prostorové představivosti, které dle výše uvedeného členění spadají většinou do skupiny extenzivních výzkumů.

Dorn et al. (2005) referují o studii konané Arizonskou univerzitou. Tento projekt s názvem GeoMath navazoval na projekt GeoLiteracy, kdy skupina žáků byla vyučována geografii a literaturu a práci s textem propojeným způsobem. Tito žáci poté vykazovali lepší výsledky v celostátních srovnávacích testech ve čtenářské gramotnosti. GeoMath využívá podobného principu, byly vytvořeny pracovní listy s geografickými příklady pro lepší pochopení a praktické využití matematických úloh. Průzkum ukázal, že žáci se tak zdokonalují nejen v matematice a prokázali vyšší úspěšnost ve srovnávacím testu, ale učí a zlepšují se i v geografii.

Anthamatten et al. (2018) zkoumají integraci výuky matematiky a aktivit s obřími mapami a sledují výsledky testovaných žáků ve vybraných matematických tématech: směr, vzdálenost, měřítko, plocha a souřadnicový systém. Zúčastnění žáci ve věku 9-10 let absolvovali výuku s obřími mapami umístěnými na zemi v tělocvičně, po kterých mohli libovolně chodit či na ně umisťovat předměty. V těchto podmínkách se žáci učí i jinými způsoby než jen klasickým posloucháním, čtením či zapisováním; zejména pohybem a hmatem. Autoři poukazují na úzké propojení prostorového myšlení s matematickými koncepty a na zlepšení žáků ve výše zmíněných matematických tématech po absolvování propojené výuky.

Grofelnik, Pap (2013) ve své práci zkoumají primárně úroveň mapových dovedností chorvatských studentů nastupujících na střední školu s cílem zhodnotit dlouhodobé dovednosti osvojené během celé docházky na základní škole, vazbu na matematiku testují pouze okrajově vymezením tříd studentů zaměřených na studium matematiky a přírodních věd. Obecně tvrdí, že studenti přicházející ze základních škol nemají oproti faktografickým znalostem dostatečně zvládnuté základní mapové dovednosti, a tak brzdí další výuku v tomto předmětu. Tvrzení opírají o výsledky, ve kterých studenti dosáhli v otázkách testujících zeměpisné znalosti průměrné úspěšnosti 66 %, kdežto v otázkách vyžadující mapové dovednosti pouze 25,2 %. Testování probíhalo na několika středních školách, přičemž jednou z nich bylo gymnázium se zaměřením na matematiku a přírodní vědy. Studenti z této školy vykazují lepší výsledky, v průměru dosahují úspěšnosti 35,6 % oproti 31,6 % průměrné hodnotě všech testovaných, kam patřily studenti všeobecných, jazykovědných či sportovních programů.

Ishikawa (2016) testuje dovednosti práce s tematickými mapami a porovnává je s prostorovou představivostí. Odděluje dva aspekty prostorové představivosti: *prostorovou vizualizaci*, což je schopnost v mysli otáčet obrazy a představit si jejich změnu a vzorce v těchto změnách, a *prostorovou orientaci*, což je schopnost vidět prostorové vzorce a rozmístění objektů v prostoru, přičemž oba tyto aspekty vnímá jako důležité pro práci s mapami. Zkoumá první zmíněnou, prostorovou vizualizaci, kterou testuje pomocí testu rotace předmětů (dotazovaní mají určit, jestli vyobrazený objekt mohl vzniknout z původního objektu pouze rotací, nebo byl zrcadlově převrácen), a zjišťuje, že studenti s lepšími výsledky v tomto testu dosáhli i lepších výsledků při čtení a analýze tematických map. Korelace mezi prostorovou vizualizací a kognitivně náročnější interpretací tematických map nicméně prokázána nebyla.

Jadallah et al. (2017) zaměřují svůj výzkum na zjištění vlivu zavedení práce s GIS do výuky na prostorovou představivost a dovednost analýzy map, tedy ne obecně na matematické dovednosti ale jen na jeden z jejích aspektů. Nespojují přímo prostorovou představivost s mapovými dovednostmi, ale předpokládají, a také statisticky potvrzují, že u žáků, kteří se šest týdnů učili podle speciálního kurikula implementujícího do výuky práci s GIS, došlo k většímu zlepšení v prostorové představivosti i práci s mapou než u žáků, kteří se učili dle standardního kurikula. Poukazují tedy na vazbu skrze jejich propojení v GIS a stejný způsob, kterými lze obě tyto dovednosti spolu rozvíjet. Zároveň připouští výuku matematiky jako možný faktor, který nebyl brán v potaz, ale přesto mohl výzkum ovlivnit.

Na vliv úrovně prostorové představivosti a pohlaví na práci s mapou u mladších dětí, ve věku 9-10 let zaměřují svůj výzkum Liben et al. (2013). Tato studie se liší zejména stylem ověření mapových dovedností – nejedná se o papírový test s otázkami, ale děti mají za úkol v terénu, univerzitním kampusu, zaznačit do mapy konkrétní místa, po kterých se pohybují. V druhé části plní obdobný úkol, ale tentokrát nestojí v terénu osobně ale prohlíží si ho na počítači pomocí virtuální prohlídky. Tyto dva úkoly jsou potom porovnány s testem prostorové představivosti, který obsahuje několik úloh podle specifických aspektů této dovednosti. Výsledky jsou potom předkládány pro jednotlivé aspekty zvlášť a vykazují různou míru korelace. V celkovém měřítku se ovšem korelace prostorové představivosti a práce s mapou prokázala.

V českém prostředí byla zatím vztahu matematiky a mapových dovedností věnována minimální pozornost. Leipertová (2012) ve své diplomové práci analyzuje vztah

matematiky a dílčího podoboru geografie – kartografie. Zkoumá ho ve třech rovinách: v rovině zamýšleného kurikula analýzou RVP G a ŠVP vybraných gymnázií, v rovině realizovaného kurikula dotazníky pro učitele zeměpisu a matematiky a do třetice v rovině dosaženého kurikula pomocí didaktického testu, v němž měli studenti prokázat schopnost propojovat poznatky mezi kartografií a matematikou. Z výsledků vyplývá, že učitelé na gymnáziích tyto dva předměty ve výuce jistým způsobem propojují, jako ilustrativní příklady v matematice a při počítání měřítek a poměrů. V didaktickém testu, který netestuje mapové dovednosti, ale schopnost aplikovat matematické výpočty v kartografických úlohách (práce s měřítkem, výpočet zeměpisných souřadnic, určení úhlu mezi spojnicemi dvou míst, kartografická anamorfóza), pak dosahovali lepších výsledků žáci s lepší známkou z matematiky na posledním vysvědčení.

Havelková, Hanus (2015) poukazují na úzký vztah oborů matematiky a zeměpisu a jejich vzájemnou užitečnost, ať už využívání zeměpisných problémů jakožto aplikačních úloh v matematice, či použití map k rozvíjení prostorové představivosti. Navrhli několik aktivit, které naopak mohou ve výuce matematiky vést k rozvíjení mapových dovedností

A v neposlední řadě diplomová práce Havelkové (2016), která zkoumá vliv kartografické vyjadřovací metody tematických map na úroveň mapových dovedností žáků a v řadě faktorů, které kromě zkoumané vyjadřovací metody ovlivňují úroveň této dovednosti, zmiňuje i matematické znalosti a dovednosti. V této studii je úroveň matematických dovedností uváděna jako vedlejší faktor a hodnocena na základě známky z matematiky na posledním vysvědčení daného žáka. Prokázána byla nejen závislost úrovně dovedností analýzy map na známce z matematiky, která byla autorkou předpokládána, ale také závislost úrovně interpretace map na známce z matematiky. Z toho vyvozuje obecný charakter matematických dovedností, které se uplatňují při práci s mapou a ovlivňují její úspěšnost.

Výzkumy matematiky a práce s mapami ukazují propojenost těchto oborů a spojitost mezi úrovní mapových a matematických dovedností. Tato korelace byla prokázána lepšími výsledky v testu mapových dovedností u studentů ze tříd matematického a přírodovědného zaměření (Grofelnik, Pap 2013), zlepšením výsledků v matematice nebo prostorové představivosti po absolvování speciální propojené výuky (Dorn et al. 2005, Jadallad et al. 2017, Anthamatten et al. 2018), nebo porovnáním výsledků dvou částí testování – matematické či ověřující prostorovou představivost, a mapové (Ishikawa 2016,

Liben et al. 2013). K posledně zmíněným se připojuje i tato práce, která navazuje na výsledky Ishikawi (2016) a snaží se zjistit, zda se prokáže korelace mezi dovednostmi práce s tematickými mapami a rozšířením prostorové představivosti na obecně matematické dovednosti využívané při práci s mapami.

3 Matematické dovednosti

3.1 Vymezení matematických dovedností

Dvěma hlavními pojmy, se kterými tento text pracuje, jsou mapové dovednosti a matematické dovednosti. První zmíněný, kterému byla věnována předchozí kapitola, byl na půdě české didaktiky geografie v posledních letech často zkoumán a v literatuře se setkáváme s jednotným vymezením. U matematických dovedností ovšem taková shoda nepanuje. Jedním z možných důvodů je rozdíl v řádovosti těchto pojmů. Předpoklady pro práci s mapou, jak jsou mapové dovednosti chápány v české literatuře (Hanus, Marada 2014), je soustava určitých konkrétních činností, které je možné jistým způsobem klasifikovat, (nejčastěji rozdělit na čtení, analýzu, interpretaci a tvorbu map). Kdybychom analogicky chtěli mluvit o matematických dovednostech jako o „práci s matematikou a tím, co studuje“, dostáváme se do abstraktnější roviny a najednou bychom řešili spíše otázku: co je to matematika a jak se s ní pracuje? Matematické dovednosti jsou o řád obecnější než dovednosti mapové, mohli bychom je postavit spíše na úroveň dovedností geografických, kde se také setkáme s větší obecností. Geografické dovednosti jsou podle Řezníčkové (2003) způsobilosti člověka k vykonávání určité činnosti v rámci geografické problematiky.

Při snaze definovat a vymežit matematické dovednosti narazíme na problém záměny s pojmy jako *matematické schopnosti* nebo *matematická gramotnost*. Podívejme se na ten, se kterým se setkáváme nejčastěji: *matematická gramotnost*. Pod označením gramotnost v základním významu obvykle chápeme schopnost číst, psát a počítat, která se následně dělí na literární, dokumentovou a numerickou (matematickou) gramotnost (Trochtová 2011). Podle tohoto vymezení je gramotnost soubor schopností, pojmy matematická gramotnost a matematické schopnosti tudíž můžeme považovat za ekvivalentní. Vysvětlení významu těchto pojmů ale už tak snadné není. Říčan (1964) dokonce tvrdí, že obsah pojmu matematické schopnosti nelze přesně vymežit, neboť se jedná o soubor vlastností, které jsou předpokladem pro studium a uplatňování matematiky, což je velmi dlouhý a komplexní proces. Přesto se o to mnoho autorů pokusilo a o matematické schopnosti chápou jako: „kognitivní a exekutivní složku zodpovědnou za provádění matematických operací od jednoduchých výpočtů až po komplexní matematické úsudky“ (Cígler 2016, s. 4.). Říčan (1964) mluví obecně o schopnostech jako komplexu vloh a dovedností, které jedinec využije při vykonání nebo naučení dané činnosti. Vlohy zde chápe jako „zděděné vlastnosti nervového systému“ a „maximální kapacitu člověka pro konkrétní činnost“

(Říčan 1964, s. 362), dovednosti pak jako provádění nacvičené činnosti. Matematické schopnosti jsou tudíž nadřazené dovednostem, které jsou jejich součástí. Podobně i Cígler (2016) ve své práci zdůrazňuje rozdíl mezi matematickými schopnostmi a dovednostmi, druhé zmíněné definuje jako úroveň rozvoje matematických znalostí, která je závislá na učení. Matematické dovednosti jsou tudíž v užší vazbě se školním prostředím, vzdělávacím kurikulem a naučenými znalostmi (Cígler 2016). I z tohoto důvodu budeme v této práci pracovat více s pojmem matematická dovednost.

Tato práce se zabývá matematickými dovednostmi u žáků základních škol, podívejme se tedy na vymezení výše zmíněných pojmů v literatuře zaměřené na vzdělávání a školství. Příručka pro učitele vydaná Výzkumným ústavem pedagogickým (VÚP 2011) se věnuje vymezení a vysvětlení pěti gramotností, ve kterých by měl být žák v průběhu školní docházky vzdělán, včetně té matematické. Uvádí definici užívanou mezinárodními výzkumy OECD PISA: „Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana“ (definice PISA 2003). Uvádí i vztah matematické gramotnosti a matematických dovedností, a sice že úroveň matematické gramotnosti závisí na správném využívání matematických dovedností a znalostí, což je podobný vztah jako ve výše uvedených studiích.

Matematická gramotnost je v této publikaci (VÚP 2011) rozdělena na tři složky: situace a kontexty, kompetence a matematický obsah. Složka **situace a kontexty** v sobě obsahuje schopnosti využít získané vědomosti a dovednosti a aplikovat je na reálné situace ať už v matematice, jiných předmětech nebo v životě mimo školu. **Kompetence** mají žáci uplatnit při řešení problémů a vymezuje jich sedm. Konkrétně se jedná o *matematické uvažování*, které zahrnuje schopnost správně si položit otázku, být si vědom možných odpovědí a rozlišovat příčiny a důsledky. *Matematickou argumentaci*, což je schopnost odlišit předpoklady tvrzení od závěrů, vytvářet a hodnotit matematické argumenty. *Modelování*, díky němuž je žák schopen porozumět matematickým modelům, používat je, vytvářet a kriticky hodnotit. Dalším je *matematická komunikace*, schopnost porozumět matematickým sdělením a výroků a jasně a srozumitelně se vyjadřovat. S tím souvisí i *vymezování problémů a jejich řešení*, v rámci něhož by měl být žák schopen rozpoznat a formulovat matematické problémy a najít více možných způsobů řešení. K tomu by měl *užívat matematického jazyka*, včetně jeho symbolické reprezentace. V poslední řadě sem

patří také *užívání pomůcek a nástrojů*, které mohou pomoci při výše zmíněných činnostech a uvědomění si jejich rizik a limitů. Pod třetí složku, **matematický obsah**, jsou zahrnuty struktury a pojmy nutné k formulaci a řešení matematických problémů, tedy konkrétní znalosti. Řadí se do čtyř skupin: *kvantita*, kterou tvoří čísla a operace s nimi, představa jejich velikosti, odhady a míry. *Prostor a tvar* v sobě obsahuje geometrii, orientaci v prostoru, rovinné útvary, jejich umístění a metriku, konstrukce a zobrazení. Pod *změnu a vztahy* patří práce se závislostmi, proměnnými, rovnicemi, ekvivalencí, vyjádření vztahů pomocí symbolů, grafů nebo tabulky. Poslední je *neurčitost*, v rámci níž by měl být žák schopen sbírat data, analyzovat je, určit pravděpodobnosti, vyvozovat závěry a prezentovat je (VÚP 2011).

V kurikulárních dokumentech, konkrétně v RVP ZV není přímo definován žádný ze zmíněných pojmů matematická gramotnost, schopnost nebo dovednost, je zde ale charakterizována vzdělávací oblast **Matematika a její aplikace**, která poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné k rozvíjení matematické gramotnosti. Tento popis je velmi podobný poslední složce matematické gramotnosti, matematickému obsahu, z výše uvedeného vymezení. Podobně se i **matematika a její aplikace** dělí na čtyři tematické okruhy, a sice *Číslo a početní operace* na prvním stupni ZŠ, na které na druhém stupni navazuje *Číslo a proměnná*. Tento okruh v sobě, jen v konkrétnější podobě na učivu ZŠ, zahrnuje obsah skupiny *kvantita*. Podobně je okruh *Geometrie v rovině a prostoru* ekvivalentní se složkou *prostor a tvar*. Tematický okruh *Závislosti, vztahy a práce s daty* v sobě víceméně spojuje zbývající dvě skupiny *změna a vztahy* a *neurčitost*. RVP ZV tedy navíc vymezuje čtvrtý tematický okruh *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*, který by měl žákům usnadnit řešení problémových úloh z běžného života a neměl by tolik záviset na konkrétních vědomostech. Pokud bychom i tento okruh měli přirovnat k předešlému vymezení, spíše než do složky matematického obsahu, bychom ho zařadili k **situacím a kontextu a kompetencím** (RVP ZV 2013, VÚP 2011).

Následující podkapitola přináší přehled konkrétních matematických dovedností a znalostí, bez kterých nelze správně pracovat s mapou. Matematické dovednosti zde budou uváděny ve formě konkrétních úkonů a činností, které uživatel mapy vykonává, případně jako téma nebo pojem, kterému musí rozumět a z jehož pochopení, a pochopení jeho vlastností, vychází. Tyto činnosti a pojmy jsou potom v kapitole 3.2.5 rozděleny do čtyř tematických okruhů podle RVP ZV, případně RVP G

3.2 Matematické dovednosti využívané při práci s mapami

Vztah mezi mapovými dovednostmi a matematickými dovednostmi byl teoreticky nastíněn v mnoha publikacích, ať už českých nebo zahraničních, které byly zmíněny v kapitole 2.2 (s. 23). Tato kapitola si klade za cíl tento vztah dále zkoumat a vytvořit přehled konkrétních matematických dovedností přiřazených k těm mapovým, pro které jsou klíčové. Tento přehled bude obsahovat dílčí dovednosti mapových dovedností vymezených v kapitole 2 aplikované na tematických mapách, vycházející z modelu Mrázkové (2011) a upraveném Hanusem, Maradou (2014) a Havelkovou (2016). Bude rozdělen do čtyř podkapitol podle čtyř základních mapových dovedností: čtení, analýza, interpretace a tvorba map. Pro lepší orientaci zde budou mapové dovednosti označeny **tučně** a k nim potřebné matematické dovednosti *kurzívou*. Vzhledem k tomu, že první tři zmíněné dovednosti na sebe navazují, bez toho, aby člověk přečetl mapu ji nemůže správně analyzovat, obdobně úspěšně interpretovat ji nelze bez zanalyzování, nebudou u těch náročnějších uvedeny všechny využití matematické dovednosti ale jen ty, které jsou oproti předcházející dovednosti navíc.

3.2.1 Matematické dovednosti využívané při čtení tematických map

V rámci základní, kognitivně nejméně náročné dovednosti čtení mapy se její uživatel snaží v mapovém poli zorientovat a pracuje s legendou. Pro úspěšnou **detekci symbolů v mapovém poli a rozlišení symbolu od ostatních symbolů v mapovém poli** je důležité, aby měl student dobře zažitá základní dovednosti z *geometrie* jako je *rozlišení geometrických tvarů a vzorů*. A to ať už pro samotné rozpoznání tvaru symbolu, nebo třeba rozlišení různých typů šraf v kartogramu či areálové metodě. V rámci geometrie by si měl být student jistý také co se týče *vzájemných vztahů a poloh rovinných útvarů*, co to znamená, když jeden objekt náleží jinému, když s ním sousedí a jak se tyto vztahy liší s různými útvary – body, liniemi a rovinami. Neméně důležitou je potom *prostorová představivost*. Pod tu Říčan (2010) zahrnuje prostorovou orientaci, kdy člověk určuje svoji polohu ve svém okolí; dále vizualizaci, díky které si vytváří představu o vzájemných vztazích objektů v daných polohách mimo sebe a za třetí kinestetickou představivost, která napomáhá vytvoření představy o pohybu v prostoru. Zejména druhá zmíněná, *vizualizace*, pokud ji oddálíme od pozorovatele a promítneme do mapy, čtenáři mapy umožňuje sledovat různé symboly v mapě a rozlišovat jejich vlastnosti (tvar, barva, velikost, struktura atd.). Proto je *prostorová představivost* důležitá i pro **dešifrování významu symbolů**

a **porozumění legendě**, které by bez předcházející detekce a rozlišení symbolu neměla smysl. Pro **porozumění legendě** tematické mapy je klíčové ovládat řadu dalších matematických dovedností v závislosti na kartografické vyjadřovací metodě a tématu mapy samotné. Díky znalosti *přímé úměrnosti* student chápe, že s rostoucí velikostí (tloušťkou, intenzitou atd.) symbolu se zvětšuje i daný jev. Pokud daná mapa vyjadřuje zastoupení určitého jevu v procentech, potřebuje student ovládat *procenta a intervaly*, kterými bývá v legendě vyjádřeno rozmezí hodnot daného jevu.

Aby byl žák schopen správně **určit hlavní a vedlejší světové strany**, je podstatné, aby měl dobře vyvinutou *prostorovou představivost*, která byla popsána výše. V tomto případě je důležitý její první aspekt, *prostorová orientace* – která žákovi umožňuje představit si svoji polohu v okolí, přeneseně do mapy promítá svoji polohu právě díky ní. Správně potom může určit ukotvený, neměnicí se směr světových stran.

Poslední dovedností čtení mapy, které Havelková (2016) ve svém upraveném modelu zmiňuje, je **čtení vrstevnic (výškopisu)**, zejména u turistických či cyklomap. Zde je opět klíčovou dovedností *prostorová představivost* a nově také znalosti z *geometrie*, konkrétně *rovinných útvarů, jejich vlastností, vztahů a vzájemných poloh*, zejména přímk a uzavřených křivek a vztahu rovnoběžnosti. Další dovedností, bez které se čtenář mapy při čtení vrstevnic neobejde, je práce se *vzdáleností, délkou přímk a jednotkami délky*. Méně chyb bude při čtení nadmořské výšky dělat student, který si uvědomuje, že se jedná o *spojitý jev*, který má v každém bodě mapy svoji hodnotu a tato hodnota se mění „postupně“, čímž pádem se dvě vrstevnice nemohou nikdy protnout. Užitečné jsou i teoretické znalosti *aritmetické posloupnosti*, která popisuje chování měnících se hodnot jednotlivých vrstevnic a základního intervalu mezi nimi, který student zná jako *diferenci posloupnosti*.

3.2.2 Matematické dovednosti využívané při analýze tematických map

Dovednost analyzovat mapu, jak bylo nastíněno v kapitole 2.1, navazuje na dovednost ji číst: bez správného čtení mapy ji nelze analyzovat (Havelková 2016). Proto i matematické dovednosti potřebné pro čtení mapy jsou potřebné i pro její analýzu a částečně se budou opakovat. Aby student správně **vyhledal prostorové rozmístění a uspořádání jevů**, využívá dříve zmíněnou *prostorovou představivost* pro pozorování umístění a polohy, *geometrické vztahy mezi objekty v prostoru, vzdálenosti a měření*, nově se přidává práce

s *četnostmi* objektů a jevů, vyhledání shluků a naopak prázdných míst. V následující dovednosti, **porovnání prostorového rozmístění jevů**, je důležité umět tyto četnosti a shluky zpracovat: *porovnat, hodnotit, spočítat hustotu* daného jevu apod. Pokud má být výstupem porovnání rozmístění jevu uvedeného v procentech, je nutné umět pracovat s *procenty a zlomky*.

Vyhledání územních vztahů mezi jevy už v názvu nese pojem *vztahy mezi jevy*, který je důležitým pojmem v matematice a názvem celého jednoho tematického okruhu v RVP, a sice *Závislosti, vztahy a práce s daty*. Student tudíž musí ovládat alespoň základy tohoto tematického okruhu, rozumět pojmům *závislost* a *vztah*, aby je mohl v mapě vyhledat. Také by měl rozumět nejjednodušším závislostem: *přímé a nepřímé úměrnosti*. Důležité je také rozumět principu *hierarchizace a uspořádání*, základům fungování množin ve smyslu: *být prvkem množiny, být nadřazeným prvkem* apod.

Práce s měřítkem je dovednost, kterou uživatel mapy mnohem častěji využívá u topografických nebo obecně geografických map. Přesto je důležité ji ovládat i při analýze tematických map, a to nejen turistických a cyklomap, ale i při hodnocení vzdáleností mezi zobrazenými jevy a jejich uspořádáním v mapě jakékoli vyjadřovací metody či tématu. Matematickým základem měřítka mapy je *poměr*, který může být vyjádřen *zlomkem* nebo počítán pomocí *trojčlenky*. Počítání *měřítka mapy* je samo o sobě matematickou úlohou, např. v RVP ZV ji najdeme v okruhu *Číslo a proměnná*, kde je jeden z očekávaných výstupů: *žák pracuje s měřítky map a plánů* (RVP ZV 2013). Kromě těchto dovedností student potřebuje rozumět *vzdálenostem, měření délek a převodům jednotek délky*.

Poslední dvě dílčí dovednosti analýzy mapy, **lokalizace sebe sama na mapě** a **plánování trasy (navigace)**, jsou v rámci tematických map záležitostí čistě turistických a cyklomap, těžko bude někdo plánovat trasu na kartogramu, který je určen k zobrazení určitých dat a informací, ne k hledání cesty či navigaci. Z matematických dovedností je k těmto činnostem důležité ovládat *prostorovou představivost* – ať už promítnutí sebe sama do mapy, nebo pozorování vzájemných vztahů objektů v okolí. Neméně důležité je, aby se student orientoval v pravoúhlé *kartézské soustavě*, vzhledem k tomu, že se na mapách setkáme nejčastěji se souřadnicovými sítěmi z tohoto modelu vycházejícími. Pokud bychom pracovali s mapou, která využívá polární souřadnice, pak by důležitými znalostmi byly práce s *úhly*, měření a dopočítávání úhlů, *práce se stupni, převody jednotek mezi stupni a radiány* a *goniometrické funkce*.

3.2.3 Matematické dovednosti využívané při interpretaci tematických map

Nejdůležitější dílčí dovedností interpretace map je **porozumění vyjadřovací metodě mapy**. Pokud student nechápe podstatu mapy a co vyjadřuje, jaké informace z ní získá a jaké naopak nikoliv, jestli vyjadřuje data absolutní či relativní, vztažená k ploše či jinému jevu, nemůže na jejím základě vyvozovat žádné závěry. Ovšem popsat, jaké matematické dovednosti jsou pro toto porozumění potřeba, závisí na konkrétní vyjadřovací metodě.

Jednou z nejčastěji využívaných vyjadřovacích metod tematických map v českých učebnicích a atlasech (Havelková 2016) je **kartogram**: pro jeho správné pochopení musí student vnímat rozdíl mezi *absolutními* a *relativními daty* a být si vědom toho, že kartogram znázorňuje právě ty relativní, které bývají vztaženy k ploše regionu (u nepravého kartogramu k jiné veličině). Také je důležité, aby ovládal *počítání s procenty a zlomky* a čtení *intervalů*, kterými bývá kartogram popsán. Naproti tomu **kartodiagram** znázorňuje absolutní data, přesná hodnota jevu se dá vyčíst z velikosti diagramu pomocí hodnotového měřítka. Student musí chápat princip *funkce*, vztahu, díky kterému může tuto hodnotu dopočítat. Využívá principu *přímé úměrnosti*, kdy se zvětšující se hodnotou jevu roste i velikost symbolu. Měl by rozumět samotným *diagramům*, které jsou dle RVP učivem právě matematiky (RVP ZV 2013), *procentům*, *podílům* a *zlomkům*. Co se týče dalších kvantitativních vyjadřovacích metod, měl by student rozlišovat mezi *spojitými* a *nespojitými jevy*, umět počítat s *četnostmi* a v geometrii se orientovat v *zobrazeních* a *vzájemných polohách rovinných útvarů*. Co se týče kvalitativních metod, pro správné porozumění metodě **liniových znaků** by měl žák umět pracovat se *směry* a jejich vyjádřením jakožto *vektory*, *přímou úměrností*, pomocí níž se vyjadřuje kvantitativní aspekt jevu, a *procentům*. Pro **areálovou metodu** by měl student chápat rozdíl mezi *spojitým* a *nespojitým jevem* a jejich vlastnostmi a být schopen *odhadnout a porovnat velikosti ploch*.

Další dvě dílčí dovednosti interpretace map, **kritické zhodnocení mapy** a **tvorba závěrů a předpovědí na základě mapy**, je zcela závislá na správném pochopení vyjadřovací metody, analýze a čtení mapy. Při vyvozování závěrů také žák velmi často využívá i jiné, obecné znalosti z geografie. Speciální matematické dovednosti, které by žák nevyužíval u předchozích činnostech, nebyly nalezeny.

3.2.4 Matematické dovednosti využívané při tvorbě tematických map

Tvorba mapy se od v předchozích podkapitolách popsaných dovedností liší, proto se zde budou objevovat nové specifické matematické dovednosti. Tvorba map je také, pokud se zaměříme na ty tematické a vytváření konkrétních kartografických vyjadřovacích metod, složitější než její čtení, analýza či interpretace; proto i matematické dovednosti pro ni podstatně budou složitější. A jak bude ukázáno v podkapitole 3.2.6 (s. 41), budou se v učebních osnovách objevovat ve vyšších ročnících ZŠ nebo některé dokonce až na středních školách.

Jednoznačně nejdůležitějšími matematickými dovednostmi pro **sběr, přípravu a kategorizaci dat pro tvorbu mapy** jsou ty statistické. Bez základů *statistického zpracování dat*, ať už počítání průměrů, modů a mediánů nebo *lineárního uspořádání* hodnot se student neobejde. Zároveň je velmi užitečné, pokud rozumí *číselným řadám*, *kvantitativnímu třídění* a *intervalům*. Při přípravě relativních hodnot jevu vztažených k jiné veličině, při jejich přepočítávání, by měl žák ovládat *podíly* a *počítání se zlomky* či *procenta*.

Pro úspěšné **zakreslení prvků tematického obsahu do předpřipravené mapy** se student musí perfektně vyznat v *souřadnicové síti*, rozumět jí, umět ji vytvořit a pracovat s ní. Ať už s častěji používanou pravoúhlou, nebo polární. Tato síť je vlastně to, co tvůrci mapy říká kam má daný jev zakreslit. Kromě práce s mřížkou student nejvíce potřebuje *prostorovou představivost*, díky níž se snáz orientuje v mapě, v jejích prvcích a vzájemných vztazích mezi těmito prvky a jevy na ní.

Samotné **zhotovení tematické mapy** už je spíše praktický úkol, který se v dnešní době čím dál častěji odehrává ve virtuálním počítačovém světě a tím bychom zabíhali do diskuze nad tím, zda práce s mapovým softwarem, už jen konečné klikání myši, vyžaduje nové matematické dovednosti, což ale není předmětem této práce. Při kreslení, či rýsování mapy na papír může student využít praktické dovednosti z geometrie – *práce s pravítkem*, *úhloměrem* či *kružítkem*. A naposledy, **vytvoření vlastní mentální mapy** pracuje hlavně s *prostorovou představivostí* studenta, neboť mentální mapu si vytváří právě jen ve své představivosti, sám nechává vzniknout vazbám mezi jednotlivými objekty a sebe umísťuje mezi ně.

3.2.5 Matematické dovednosti využívané při práci s kartogramem a kartodiagramem

Výše uvedený přehled je obecný a podává přehled matematických dovedností využívaných při práci se všemi typy tematických map bez ohledu na jejich téma či kartografickou vyjadřovací metodu. Tato práce se ovšem zaměřuje pouze na dvě kartografické vyjadřovací metody: kartogram a kartodiagram. Pro lepší přehlednost při sestavování testu byla zhotovena tabulka (Tabulka č. 1), kam byly shrnuty matematické dovednosti využívané při práci právě s těmito typy map.

Na tomto místě by také bylo vhodné podívat se na matematickou podstatu těchto kartografických vyjadřovacích metod a proč byly vybrány právě tyto dvě. V první řadě se jedná o metody, které se používají pro znázorňování kvantitativních jevů, což konkrétně kartogram odlišuje od např. areálové metody, která znázorňuje naopak jevy kvalitativní (Havelková 2018). Řadí se proto mezi tzv. kvantitativní vyjadřovací metody (Kaňok 1999).

Kartogram je dle Veverky (in Hojovec a kol. 1987) tematická mapa, kde pomocí barvy či rastru interpretujeme pro každý areál jednu, případně více, relativních hodnot vztažených k ploše. Tato metoda patří k jednomu z nejvyužívanějších (Voženílek 1999, Havelková 2016) i díky tomu, že umožňuje mezi sebou porovnávat srovnatelné relativní hodnoty a využívá se ke znázornění plošných statistických geografických dat jako je např. hustota zalidnění, zastoupení nějaké národnosti či určitého typu využití půdy. Důležité tedy je, aby si student byl vědom toho, že tato metoda ukazuje právě *relativní hodnoty neboli podíly* (počet obyvatel na jeden kilometr čtvereční, plocha orné půdy na celkovou rozlohu území) (Havelková 2017).

Kartodiagram naproti tomu vždy vyjadřuje absolutní hodnoty a dle Veverky (1995, s. 133) je to zjednodušeně řečeno „*diagram lokalizovaný v mapě*“. Používá se ke znázornění geografických jevů jako je počet obyvatel, produkce konkrétní plodiny v tunách, absolutní rozloha lesů apod. Mohou být vztaženy ke konkrétnímu místu, bodově lokalizované, nebo k větší územní jednotce (státu, kraji apod.), které se nazývají plošně lokalizované. Opět je klíčové, aby student rozuměl rozdíl mezi těmito absolutními a relativními hodnotami a podle toho kartodiagram četl. K určení konkrétní hodnoty jevu slouží hodnotové měřítko. Na mapách se nejčastěji vyobrazuje jeho grafická podoba, každé má ale za sebou funkci, která vyjadřuje závislost velikosti diagramu na hodnotě proměnné jevu. Pro správné pochopení kartodiagramu tedy student potřebuje vnímat tento vztah a rozumět obecnému principu funkce.

Tabulka č. 1 – Matematické dovednosti využívané při práci s tematickými mapami konkrétních kartografických vyjadřovacích metod

		Kartogram	Kartodiagram
Č T E N Í M A P Y	Detekce symbolů v mapovém poli		
	Rozlišení symbolu od ostatních symbolů v mapovém poli	<i>Rovinné útvary a jejich vzájemná poloha, rozlišení geometrických tvarů a vzorů (šrafování), prostorová představivost</i>	<i>Rovinné útvary a jejich vzájemná poloha, prostorová představivost, porovnání hodnot, porovnání velikostí ploch</i>
	Porozumění legendě	<i>Intervaly, procenta, porovnání zlomků, relativní data</i>	<i>Práce s diagramy, procenta, podíl</i>
	Dešifrování významu symbolů	<i>Intervaly, procenta, přímá úměrnost, četnosti, porovnání hodnot</i>	<i>Práce s diagramy, procenta, intervaly, přímá úměrnost, porovnání hodnot, porovnání zlomků</i>
	Určení hlavních a vedlejších světových stran	Prostorová představivost, práce se souřadnicovou sítí – nesouvisí s kartografickou metodou, ale je využívána i při práci s těmito typy mapa	
	Čtení vrstevnic (výškopisu)		
A N A L Ý Z A	Vyhledání prostorového rozmístění a uspořádání jevů	<i>Prostorová představivost, rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i>	<i>Prostorová představivost, rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i>
	Porovnání prostorového rozmístění jevů		
	Vyhledání územních vztahů mezi jevy	<i>Prostorová představivost, intervaly, procenta, relativní hodnota, porovnání hodnot</i>	<i>Práce s diagramy, prostorová představivost, procenta, relativní x absolutní data, přímá úměrnost, porovnání hodnot, porovnání velikostí ploch</i>
	Práce s měřítkem	Poměr, měřítko, měření délky, jednotky délky - nesouvisí s kartografickou metodou, ale je využívána i při práci s těmito typy map	
	Lokalizace sebe sama na mapě		
	Plánování trasy (navigace)		
I N T E R P R E T A C E	Porozumění vyjadřovací metodě mapy	<i>Procenta, podíl, intervaly, relativní x absolutní data</i>	<i>Práce s diagramy, procenta, podíl, relativní x absolutní data, přímá úměrnost, funkce, porovnání hodnot</i>
	Kritické zhodnocení mapy		
	Tvorba závěrů a předpovědí na základě mapy		
T V O R B A M A P Y	Sběr, příprava a kategorizace dat pro tvorbu mapy	<i>Statistické zpracování dat, lineární uspořádání, číselné řady, kvantitativní třídění, intervaly, relativní hodnoty, procenta</i>	<i>Statistické zpracování dat, lineární uspořádání, číselné řady, kvantitativní třídění, procenta, práce s diagramy</i>
	Zakreslení prvků tematického obsahu do předpřipravené mapy	<i>Prostorová představivost, souřadnicová síť</i>	<i>Prostorová představivost, souřadnicová síť, práce s diagramy</i>
	Zhotovení tematické mapy		
	Vytvoření vlastní mentální mapy		

Zdroj: vlastní zpracování

3.2.6 Systematizace matematických dovedností využívaných při práci s mapami a jejich porovnání s RVP

V předchozích podkapitolách byly u každé dílčí mapové dovednosti identifikovány matematické dovednosti či znalosti klíčové pro její správné vykonání. V této kapitole budou zmíněné matematické dovednosti shrnuty a rozděleny do tematických okruhů, které budou vycházet z RVP ZV a členění tematického obsahu Matematika a její aplikace (RVP ZV 2013). Tematické okruhy byly takto zvoleny proto, že většina zjištěných matematických dovedností spadá právě do učiva základní školy. Ty, které jsou nad rámec RVP ZV a odpovídají učivu středních škol, budou zařazeny na konec do samostatného okruhu.

Cílem této práce je také zjistit, kdy je z hlediska matematických dovedností možno studentovi představit jednotlivé typy map využívajících různé kartografické vyjadřovací metody; do kterého ročníku základní školy (případně střední) bývá zařazeno učivo matematiky potřebné k pochopení podstaty dané mapy. RVP ovšem jasně nenařizuje zařazení učiva do konkrétních ročníků, není možné tedy s jistotou tvrdit, že toto rozřazení bude platné pro všechny školy. Na základě studia a porovnání několika ŠVP (ŠVP ZŠ Bystřice, ŠVP ZŠ Jeseninova Praha, ŠVP ZŠ Kotlářská Brno, ŠVP ZŠ Vrchlického Šumperk, ŠVP G Benešov, ŠVP G Olomouc – Hejčín) a řady učebnic Matematika pro 6. až 9. ročník ZŠ (Odvárko, Kadlecěk 1998 – 2000) byl k jednotlivým matematickým tématům v níže uvedeném přehledu přiřazen ročník, ve kterém je téma nejčastěji vyučováno. Jako přílohy jsou potom k této práci připojeny podrobné tabulky s touto systematizací doplněné o konkrétní očekávané výstupy a učivo formulované v RVP (Příloha č. 1 a 2).

ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ

Do tohoto okruhu spadá pět vymezených matematických dovedností nebo témat: *porovnání hodnot a uspořádání; intervaly; zlomky; poměr, měřítko a trojčlenka; podíl, procenta a relativní četnost*. Kromě *porovnávání hodnot a uspořádání*, jehož princip je vyučován v prvních ročnících základní školy a v průběhu celé školní docházky doplňován o složitější okruhy hodnot (od přirozených čísel přes celá, racionální, reálná a na některých středních školách až ke komplexním), je většina těchto dovedností učivem druhého stupně základní školy, nejčastěji potom 7. ročníku. Problematické a částečně nepřesné je zařazení tématu *intervaly* do tohoto okruhu. Samotný pojem interval se v RVP ZV ani ve studovaných učebnicích neobjevuje, a to pravděpodobně proto, že je definován jako ohraničená podmnožina množiny reálných čísel (Bušek et al. 1992) a s reálnými čísly, a tím pádem

úplnou číselnou osou, se na základní škole pracuje velmi omezeně. Přesto je s tímto konceptem ve zjednodušené podobě na strukturách celých či racionálních číslech, tedy množinou bodů ohraničenou dvěma mezními hodnotami, pracováno a čas je jim věnován převážně v 6. ročníku základní školy (Odvárko, Kadleček 1999). Do tohoto okruhu je zařazeno i téma *relativní četnosti* a s tím pochopení rozdílu mezi relativními a absolutními daty, které se na první pohled hodí spíše do druhého okruhu *závislosti, vztahy a práce s daty*, kam spadá i základ statistiky. Ve studovaných učebnicích (Odvárko, Kadleček 2000) bylo počítání s relativní četností a její porovnávání zařazeno do jedné kapitoly s prací se zlomky, proto je i v této klasifikaci najdeme pohromadě v tomto okruhu.

ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

Druhý okruh v sobě seskupuje témata *závislosti a vztahy; pravoúhlá soustava souřadnic; funkce a přímá úměrnost; četnost a relativní četnost; základy statistiky a práce s diagramy*. Zařadit je do jednoho konkrétního ročníku nebylo tak jednoznačné, jako u předchozího okruhu. Najdeme tu *závislosti a vztahy*, obecný princip, jehož pochopení je úkolem prvního stupně základní školy, kterého ročníku konkrétně se ale ve studovaných ŠVP liší. Obdobně práce s *pravoúhlou soustavou souřadnic* se v osnovách vyskytuje vícekrát, nejprve se s ní pracuje jednoduše jako se čtvercovou sítí, později se přidávají osy a souřadnice jednotlivých bodů. Kartézskou soustavu souřadnic se všemi čtyřmi kvadranty by měl student znát v osmém ročníku, kde už naplno pracuje s grafy funkcí na celém oboru reálných čísel. A stejně tak *práce s diagramy* se vyskytuje opakovaně, s těmi nejjednoduššími se žák setká už ve čtvrtém ročníku, ty složitější, zejména v souvislosti s novými znalostmi zlomků, procent a relativní četnosti, jsou spolu se základem statistiky naplní hlavně osmého ročníku.

GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU

Okruh geometrie do sebe seskupuje největší množství identifikovaných matematických dovedností: *rozlišení geometrických tvarů a vzorů; vzdálenosti a délky přímek; rovinné útvary, jejich vlastnosti a vzájemné polohy; porovnání velikostí ploch; práce s pravítkem, úhloměrem a kružítkem; jednotky délky a převody jednotek; úhel a stupně*. Na rozdíl od předchozích dvou okruhů, kde většina tam zařazených témat byla vyučována na druhém stupni základní školy, tento okruh je téměř celý předmětem učiva prvního stupně. Výjimkou jsou *jednotky a její převody*, které vyžadují složitější práci s desetinnými čísly; *úhel a stupně*, které jsou učivem šesté třídy a s tím související *práce s úhloměrem*.

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

RVP ZV zařazuje *prostorovou představivost* právě do tematického celku nestandardních aplikačních úloh, i když bychom ji čekali spíše v okruhu geometrie. V ŠVP se vyskytuje často společně se slovními úlohami, číselnými řadami a magickými čtverci v různých ročnících, ve čtvrté, páté nebo šesté třídě.

VYMEZENÉ MATEMATICKÉ DOVEDNOSTI NAD RÁMEC RVP ZV

Témata, která nejsou náplní učiva základní školy a vyučují se až na středních školách, byla identifikována celkem čtyři: *množiny a podmnožiny; spojitost jevu a statistické zpracování dat; aritmetická posloupnost; goniometrické funkce, převody stupňů a radiánů*. Přiřadit jeden ročník vyučování je na středních školách obtížnější, vzhledem k tomu, že se jejich ŠVP liší daleko více. Téma *množin a podmnožin* bývá řazeno do prvního ročníku, *goniometrické funkce a převody stupňů a radiánů* se probírají ve druhém nebo třetím ročníku, *spojitost jevu a statistické zpracování dat a aritmetická posloupnost* ve třetím nebo čtvrtém. Je tedy možné, aby učitelé zeměpisu na středních školách od začátku vyžadovali po studentech pochopení a práci s tematickými mapami? Znalost těchto až na střední škole probíraných témat je důležitá hlavně pro tvorbu map a hlubší a detailnější pochopení kartografických metod, běžný uživatel mapy je pro její čtení, analýzu a interpretaci nepotřebuje. Žák opouštějící základní školu by tak měl být, co se týče matematických dovedností, schopen s tematickou mapou všech zmiňovaných vyjadřovacích metod na běžné úrovni pracovat.

3.2.7 Matematické dovednosti v testu mapových dovedností v této práci

V této práci bude v rámci testu mapových a matematických dovedností zjišťována úroveň osvojení pouze některých mapových dovedností (čtení, analýza a interpretace) a jen na dvou kartografických vyjadřovacích metodách (kartogram a kartodiagram), proto se zde nebudou vyskytovat všechna výše uvedená matematická témata. Na tomto místě bych proto chtěla uvést zúžené vymezení matematických dovedností a témat, jejichž znalost budou žáci potřebovat pro úspěšné splnění testu v této konkrétní práci:

ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ

porovnání hodnot

procenta, podíl, porovnání zlomků

relativní x absolutní data

intervaly

měřítko

ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ

funkce, přímá úměrnost

práce s diagramy

GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU

rovinné útvary a jejich vzájemná poloha

odhad a měření vzdáleností

porovnání velikostí ploch

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

prostorová představivost

4 Metodika

Výzkumným nástrojem pro plošné zjišťování míry korelace mapových a matematických dovedností byl pro tuto práci zvolen didaktický test. Didaktický test je „zkouška, orientující se na objektivní zjišťování úrovně zvládnutí učiva u určité skupiny osob“ (Chrásky 2007, s. 178). Jeho důležitou vlastností a tím, co zajišťuje jeho objektivnost, jsou dopředu stanovená pravidla navrhování, ověřování, hodnocení a interpretování (Chrásky 2007).

Na základě prostudované literatury a předchozích výzkumů tématu byly formulovány dvě hlavní hypotézy, které byly pomocí výsledků testování potvrzeny nebo zamítnuty.

1. Žáci a studenti, kteří mají lépe osvojené matematické dovednosti, budou úspěšnější i v testu mapových dovedností tematických map. Tato korelace se projeví u všech dílčích mapových dovedností – čtení, analýza a interpretace – i obou kartografických vyjadřovacích metod – kartogramu a kartodiagramu.

Korelace mezi matematickými a mapovými dovednostmi byla v odborné literatuře mnohokrát nastíněna a potvrzena jako jedna z proměnných i v několika empirických studiích (van Dijk, van der Schee, Trimp, van der Zijpp 1994, Dorn et al. 2005, Ishikawa 2016, Havelková 2016). Většinou se ovšem jednalo o korelaci pouze prostorové představivosti, nebo topografických map. Tato práce si klade za cíl prokázat nebo vyvrátit tuto korelaci zaměřenou na matematické dovednosti a znalosti využívané při práci s tematickými mapami.

Jak bylo ukázáno v kapitole 3.2 (s. 34), k dílčím dovednostem mapových dovedností – čtení, analýze a interpretaci – musí žák využít různé matematické dovednosti. Další otázkou, na kterou se tento výzkum snaží najít odpověď je, zda bude tato korelace podobná pro všechny výše zmíněné dílčí dovednosti, nebo bude některá z nich na matematických dovednostech a znalostech záviset výrazně více či naopak méně.

V podobných výzkumech bývá pohlaví respondentů často uváděno jako faktor ovlivňující úroveň mapových dovedností (Hanus 2012, Havelková 2016). I v tomto výzkumu bude sledováno, zda se korelace mapových a matematických dovedností mění v závislosti na pohlaví. Jako další rozlišující faktor bude korelace zjišťována i zvlášť pro studenty nižších gymnázií a žáky 9. tříd základních škol pro ověření vlivu typu navštěvované školy na míru korelace.

2. Úspěšnost v otázkách v mapovém testu, vyžadujících dílčí matematickou dovednost závisí na úspěšném prokázání znalosti této dovednosti v matematickém testu.

Test v této práci je koncipován tak, aby ověřoval úroveň vymezených dílčích matematických dovedností jednak ve slovních úlohách a příkladech, se kterými se mohou žáci setkat v hodinách a zkouškách z matematiky, ale také ty samé dovednosti v otázkách na práci s mapou. Geografické úlohy a práce s mapou ovšem nebývají příliš často studentům ukazovány jako aplikace daných matematických dovedností, a proto si skutečnost, že se jedná o téměř stejné myšlenkové pochody, nemusí uvědomovat. Tudiž přestože danou dovednost samostatně ovládají, nemusí být schopni ji aplikovat v „mapové“ úloze. Cílem testu je tudíž zjistit, zda existuje korelace mezi úspěšným zvládnutím dané dovednosti v matematické části testu a úspěšností v mapových otázkách tuto dovednost využívajících.

4.1 Výběr testovaného vzorku

Didaktický test mapových dovedností v této práci byl původně určen pro žáky 9. tříd základních škol, odpovídajících ročníků víceletých gymnázií a 1. ročníků středních škol. Tato věková skupina byla stanovena na základě analýzy matematických dovedností potřebných pro práci s tematickými mapami a jejich zařazení do RVP. Vzhledem k tomu, že ty nejdůležitější matematické dovednosti, které student při práci s kartogramem a kartodiagramem využívá, se vyučují v 6. až 8. třídě základní školy (viz kapitola 3.2.6, s. 41), měl by student opouštějící základní školu být z hlediska matematiky vybaven pro práci s těmito mapami.

Pro finální testování bylo na základě zjištěných vlastností testu rozhodnuto změnit tuto skupinu respondentů a zaměřit se pouze na žáky 9. tříd a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Tím se stal testovaný vzorek více homogenní. K tomuto kroku došlo zejména z důvodu rozdílné naměřené obtížnosti testu u těchto dvou skupin respondentů (viz. kapitola 4.3.2, s. 52).

4.2 Konstrukce didaktického testu

Didaktický test se skládá ze dvou částí – první testuje mapové dovednosti, druhá dovednosti matematické. Počet úloh a jejich obtížnost byla uzpůsobena časovému limitu, který byl stanoven na jednu vyučovací hodinu, tedy čtyřicet pět minut.

Otázky testující mapové dovednosti nebyly pro tento výzkum nově sestrojeny autorkou, ale byly přejaty a upraveny z testu mapových dovedností z diplomové práce Havelkové (2016). První plán byl převzít čtyři z pěti map, ve kterých je obsah znázorněn čtyřmi v učebnicích a atlasech nejvyužívanějšími kartografickými vyjadřovacími metodami: liniové a plošné znaky, kartogram a kartodiagram (Havelková 2016). Původní test obsahoval ke každé mapě dvanáct výroků, rozdělených po čtyřech mezi tři testované dovednosti (čtení, analýza a interpretace). Žák měl za úkol u každého tohoto tvrzení rozhodnout, zda je pravdivé či nepravdivé, s tím že pokud nelze na základě informací z mapy rozhodnout o pravdivosti, počítala se výpověď jako nepravdivá. Všech těchto čtyřicet osm testových položek bylo podrobena analýze a byly k nim přiřazeny ty matematické dovednosti, které žák musí využít, aby na ně mohl správně odpovědět. Tabulka č. 2 ukazuje četnosti matematických dovedností nebo témat, které byly nalezeny, u jednotlivých kartografických vyjadřovacích metod. Kompletní přehled původních testových otázek a k nim přiřazených matematických dovedností je připojen v přílohách této práce (Příloha č. 3 – 6).

Z tabulky č. 2 vyplývá, že při práci s mapou kvantitativní vyjadřovací metody (kartogram, kartodiagram) žák využívá více matematických dovedností, než u kvalitativních metod (liniové a plošné znaky). U metody plošných znaků, je to dokonce o více než polovinu méně než u kartogramu či kartodiagramu a z vymezených jedenácti témat se jich zde uplatňuje pouze pět. U ostatních tří metod musí student využít shodně osm různých matematických dovedností či témat. Jediná dvě témata, která žák využívá při práci se všemi mapami, jsou *rovinné útvary a jejich vzájemná poloha a prostorová představivost, světové strany*, ostatní vždy u alespoň jedné vyjadřovací metody chybí. *Rovinné útvary a jejich vzájemná poloha* je potom nejčastěji se vyskytující téma, napříč všemi mapami ji student musí použít šestnáctkrát. Na druhém místě, shodně čtrnáctkrát, student využívá *porovnání hodnot a práci s intervaly*. Specifickými dovednostmi jsou potom *práce s diagramy a funkce, přímá úměrnost*, čili všechny dovednosti z tématu **ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY**, které se v tomto testu vyskytly pouze u jediné kartografické vyjadřovací metody – kartodiagramu.

Tabulka č. 2 – Četnosti matematických dovedností v původním testu mapových dovedností užitém Havelkovou (2016)

		Liniové znaky	Plošné znaky	Kartogram	Kartodiagram	
ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ	porovnání hodnot	1		6	7	14
	podíl, procenta, porovnání zlomků	1		4	2	7
	relativní X absolutní data	1		1	1	3
	intervaly	5		9		14
	měřítko	2	1	1		4
ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY	funkce, přímá úměrnost				1	1
	práce s diagramy				9	9
GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	7	4	2	3	16
	odhad a měření vzdálenosti	2	1	1		4
	porovnání velikostí ploch		1		1	2
NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY	prostorová představitost, světové strany	1	4	2	3	10
		20	11	26	28	

Zdroj: vlastní zpracování

Vzhledem k nižšímu zastoupení matematických dovedností potřebných pro práci s kvalitativními vyjadřovacími metodami a z důvodu nutnosti časové úspory testu bylo rozhodnuto zaměřit se pouze na metody kvantitativní – tedy kartogram a kartodiagram a mapy s liniovými a plošnými znaky vyřadit. Zároveň byl počet otázek u každé z dovedností čtení, analýza a interpretace snižen ze čtyř na tři, vzhledem k tomu, že v téměř každém bloku se našlo tvrzení, které nevyužívalo žádnou matematickou dovednost. Takováto tvrzení se na první pohled jeví jako irelevantní této práci, ovšem vzhledem k tomu, že testují základní pochopení mapy a toho co vyjadřuje, byla v testu ponechána dvě z nich (jedno pro kartogram a jedno pro kartodiagram) pro účely zhodnocení úrovně mapových dovedností respondentů.

Úpravou prošla i mapa kartodiagramu s tématem *druhovú skladbu lesů*, ve které byly původně všechny diagramy stejně velké a hodnota rozlohy lesa nehrála v otázkách roli. Pro tuto práci bylo ovšem to, jestli student chápe rozdíl mezi absolutními daty zobrazovanými právě v kartodiagramu a relativními v kartogramu, klíčové, proto byly velikosti diagramů upraveny a rozlišeny. Vznikly tři úplně nové otázky testující právě toto

pochopení, které jsou z hlediska počtu využitých matematických dovedností nejnáročnější. Proto se celkový počet matematických dovedností pro mapu kartodiagramu po úpravě i přes snížení počtu otázek zvýšil z devíti na dvanáct (viz Tabulka č. 3).

V upraveném testu je početněji nejzastoupenější matematickou dovedností *porovnávání hodnot*, druhé místo patří *práci s diagramy* a třetími nejčastěji se vyskytujícími tématy jsou *podíl, procenta a porovnávání zlomků a intervaly*. Zde je k většímu počtu matematických dovedností vidět další rozdíl mezi kvantitativními a kvalitativními metodami: nejčastější dovednosti u kartogramu a kartodiagramu spadají do okruhů **ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ** a **ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY**, na rozdíl od témat *rovinné útvary a jejich vzájemná poloha a prostorová představivost*, které byly nejpočetnější v původním testu u všech čtyř map a které spadají do okruhů **GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU** a **NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY**.

Tabulka č. 3 – Četnosti matematických dovedností v upraveném testu mapových dovedností

		Kartogram	Kartodiagram	
ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ	porovnání hodnot	5	4	9
	podíl, procenta, porovnání zlomků	4	3	7
	relativní X absolutní data	1	3	4
	intervaly	7		7
	měřítko	1	2	3
ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY	funkce, přímá úměrnost		3	3
	práce s diagramy		8	8
GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	1	2	3
	odhad a měření vzdálenosti	1	1	2
	porovnání velikostí ploch		2	2
NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY	prostorová představivost, světové strany	2	2	4
		22	30	

Zdroj: vlastní zpracování

Kromě celkové korelace mapových a matematických dovedností bude zjišťována i míra korelace matematických dovedností zvlášť s dílčími mapovými dovednostmi čtení, analýza a interpretace. Z Tabulky č. 4, která ukazuje četnosti matematických dovedností, které musí čtenář využít pro tyto dílčí dovednosti, je patrné, že nejvíce matematických

dovednosti čtenář mapy využije při jejím analyzování. Nejvyšší korelace z těchto dílčích dovedností je tedy očekávána mezi matematickými dovednostmi a analýzou map.

Kompletní přehled upravených testových otázek, označení otázek, typ mapy, typ mapových dovedností a k nim přiřazených matematických dovedností je připojen v přílohách této práce (Příloha č. 7 a 8).

Tabulka č. 4 – Četnosti matematických dovedností zvlášť pro čtení, analýzu a interpretaci map

		Čtení	Analýza	Interpretace
ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ	porovnání hodnot	4	4	1
	podíl, procenta, porovnání zlomků	3	2	2
	relativní X absolutní data	1	1	2
	interval	3	3	1
	měřítko	0	3	0
ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY	funkce, přímá úměrnost	1	1	1
	práce s diagramy	3	3	2
GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	0	2	1
	odhad a měření vzdálenosti	0	2	0
	porovnání velikostí ploch	0	1	1
NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY	prostorová představivost, světové strany	0	2	0
		15	24	13

Zdroj: vlastní zpracování

Další změnou bylo přeformulování tvrzení tak, aby se žák nerozhodoval pouze mezi variantami ANO či NE (pravdivé x nepravdivé nebo nelze rozhodnout), ale aby měl na výběr ze tří různých možností. A to ať už u určování pravdivosti výroku (ANO x NE x NELZE ROZHODNOUT), doplnění pojmu do věty či nalezení správné odpovědi na otázku. Pravděpodobnost náhodného úspěchu studenta tak byla snížena z 50 % na 33,3 %.

Otázky z druhé části testu byly vybrány tak, aby každá ověřovala ideálně jednu z vymezených matematických dovedností, i když to ne vždy bylo možné. Takto bude možné určit, kterou z vymezených matematických dovedností žák ovládá a kterou nikoliv, a tím pádem ve které z více dílčích matematických dovedností u mapových otázek udělal pravděpodobně chybu. Přehled matematických dovedností ověřovaných v otázkách mapového testu je připojen v přílohách této práce (Příloha č. 9).

Součástí testu byl také krátký dotazník, kam byli žáci požádáni vyplnit několik údajů o sobě, a sice: pohlaví, zájem o zeměpis a matematiku (zda je baví, nebaví či napůl) a známky na posledním vysvědčení z těchto předmětů.

4.3 Vlastnosti didaktického testu – pilotní šetření

Za účelem zjištění vlastností didaktického testu, reliability, citlivosti a obtížnosti testových otázek, bylo realizováno pilotní šetření. Obsahová validita testu byla posouzena dvěma odborníky na didaktiku geografie.

Pilotní šetření bylo provedeno na gymnáziu Přípotoční v Praze, kde se ho zúčastnilo 48 studentů ze dvou tříd prvních ročníků, a na základní škole K Milíčovu v Praze, kde bylo respondenty 27 žáků ze dvou devátých tříd. Cílem bylo také otestovat časovou náročnost testu a reálnost čtyřiceti pěti minutového časového limitu, který se ukázal jako dostatečný.

4.3.1 Reliabilita testu pilotního šetření

První ze zjišťovaných vlastností testu byla reliabilita, spolehlivost, která měří ovlivnitelnost testu náhodnými vlivy. Reliabilita nabývá hodnot od 0 (naprostá nespolehlivost) do 1 (maximální spolehlivost a přesnost) a zjednodušeně řečeno udává procento nepřítomnosti chyby měření (Chráska 2007). Z toho vyplývá, že čím vyšší hodnota reliability, tím lépe.

Reliabilita tohoto testu byla hodnocena metodou vnitřní konzistence a z důvodu výskytu otevřených otázek a otázek nabízejících více jak dvě možnosti, pomocí koeficientu Cronbachova alfa. Obvykle požadovaná hodnota Cronbachova alfa pro výzkum je alespoň 0,7, záleží ovšem na počtu položek testu. Čím více položek totiž test obsahuje, tím bývá hodnota reliability vyšší, u testů s menším počtem položek (do deseti) je například většinou dosahována hodnota reliability maximálně 0,6 (Chráska 2007).

Hodnota Cronbachova alfa byla pro test jako celek i díky relativně vyššímu počtu 35 otázek, vypočítána na 0,878. Dále bylo zjišťováno, jestli některá z otázek výrazně nesnižuje reliabilitu, tzn. jestli po vynechání této otázky nedosahuje Cronbachova alfa výrazně vyšší hodnoty. Hodnoty Cronbachova alfa po vynechání otázek, uvedené v Tabulce č. 5, se měnily v řádech setin procenta, žádná defektní otázka tudíž v testu objevena nebyla.

Tabulka č. 5 – Reliabilita pilotního šetření při vynechání dané otázky

	Číslo otázky	Cronbachovo alfa		Číslo otázky	Cronbachovo alfa
Kartogram - čtení	1 I.	0,875	Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	0,877
	1 II.	0,878		3 b)	0,876
	1 III.	0,875		3 c)	0,873
Kartogram - analýza	1 IV.	0,872	Relativní x absolutní data	4 a)	0,876
	1 V.	0,875		4 b)	0,876
	1 VI.	0,874		4 c)	0,872
Kartogram - interpretace	1 VII.	0,879	Diagram	5 a)	0,869
	1 VIII.	0,877		5 b)	0,871
	1 IX.	0,878	Zlomky	6 a)	0,873
Kartodiagram - čtení	2 I.	0,878		6 b)	0,871
	2 II.	0,876		6 c)	0,874
	2 III.	0,877	Měřítko	7 a)	0,871
Kartodiagram - analýza	2 IV.	0,878		7 b)	0,870
	2 V.	0,874	Prostorová představivost, rovinné útvary	8 a)	0,875
	2 VI.	0,874		8 b)	0,875
Kartodiagram - interpretace	2 VII.	0,877		8 c)	0,874
	2 VIII.	0,882		8 d)	0,876
	2 IX.	0,879			

Zdroj: vlastní výpočet

4.3.2 Obtížnost úloh pilotního šetření

Obtížnost úloh v tomto testu byla hodnocena na základě indexu obtížnosti, který udává procento osob mezi všemi respondenty, kteří danou úlohu zodpověděli správně (Chráska 2007). Pro zhodnocení obtížnosti je důležité zaměřit se na velmi obtížné a na velmi snadné úlohy, kterých by v testu nemělo být příliš mnoho. Za velmi obtížnou se považuje úloha, jejíž index obtížnosti dosahuje hodnoty nižší než 20, velmi lehká úloha dosahuje hodnot indexu 80 a více (Chráska 2007).

Hodnoty indexu obtížnosti pro jednotlivé otázky jsou zaznamenány v Tabulce č. 6. V testu nebyla objevena žádná extrémně těžká úloha, extrémně lehké byly konzultovány s odborníky na didaktiku geografie. Ale vzhledem k tomu, že se jedná zejména o otázky na čtení map, což má být nejjednodušší z mapových dovedností, a úlohy ověřující matematické dovednosti práce s intervaly a porovnání hodnot, které jsou probírány v nižších ročnících základní školy (viz. kapitola 3.2.6 (s. 41) a Příloha č. 1), byly tyto otázky v testu ponechány.

Tabulka č. 6 – Index obtížnosti úloh pilotního šetření

	Číslo otázky	Index [%]
Kartogram - čtení	1 I.	92
	1 II.	80
	1 III.	72
Kartogram - analýza	1 IV.	81
	1 V.	56
	1 VI.	73
Kartogram - interpretace	1 VII.	36
	1 VIII.	77
	1 IX.	57
Kartodiagram - čtení	2 I.	99
	2 II.	61
	2 III.	91
Kartodiagram - analýza	2 IV.	31
	2 V.	73
	2 VI.	71
Kartodiagram - interpretace	2 VII.	80
	2 VIII.	35
	2 IX.	25

	Číslo otázky	Index [%]
Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	97
	3 b)	88
	3 c)	79
Relativní x absolutní data	4 a)	69
	4 b)	81
	4 c)	80
Diagram	5 a)	57
	5 b)	77
Zlomky	6 a)	73
	6 b)	79
	6 c)	83
Měřítko	7 a)	48
	7 b)	45
Prostorová představivost, rovinné útvary	8 a)	43
	8 b)	49
	8 c)	63
	8 d)	27

Zdroj: vlastní výpočet

Po vypočtení indexu obtížnosti zvlášť pro studenty 9. tříd ZŠ (Tabulka č. 7) a prvního ročníku SŠ (Tabulka č. 8) byly objeveny významné rozdíly: u středoškoláků se počet extrémně jednoduchých otázek zvýšil z 8 na 19, u žáků 9. tříd se naopak snížil na 4. U žáků základní školy se také nově objevily tři extrémně těžké úlohy. Z důvodu této nehomogenity bylo rozhodnuto změnit cílovou skupinu výzkumu a zaměřit se pouze na žáky základních škol a odpovídající ročníky víceletých gymnázií.

Tabulka č. 7 – Index obtížnosti pilotního šetření úloh žáků základních škol

	Číslo otázky	Index [%]
Kartogram - čtení	1 I.	82
	1 II.	70
	1 III.	60
Kartogram - analýza	1 IV.	60
	1 V.	41
	1 VI.	44
Kartogram - interpretace	1 VII.	26
	1 VIII.	70
	1 IX.	41
Kartodiagram - čtení	2 I.	96
	2 II.	41
	2 III.	89

	Číslo otázky	Index [%]
Kartodiagram - analýza	2 IV.	7
	2 V.	48
	2 VI.	44
Kartodiagram - interpretace	2 VII.	59
	2 VIII.	26
	2 IX.	19
Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	92
	3 b)	74
	3 c)	55
Relativní x absolutní data	4 a)	59
	4 b)	67
	4 c)	56

	Číslo otázky	Index [%]
Diagram	5 a)	22
	5 b)	52
Zlomky	6 a)	41
	6 b)	48
	6 c)	59
Měřítko	7 a)	19
	7 b)	11
Prostorová představivost a rovinné útvary	8 a)	30
	8 b)	33
	8 c)	44
	8 d)	22

Zdroj: vlastní výpočet

Tabulka č. 8 – Index obtížnosti pilotního šetření úloh žáků středních škol

	Číslo otázky	Index [%]		Číslo otázky	Index [%]		Číslo otázky	Index [%]
Kartogram - čtení	1 I.	98	Kartodiagram - analýza	2 IV.	44	Diagram	5 a)	77
	1 II.	85		2 V.	88		5 b)	92
	1 III.	79		2 VI.	85	Zlomky	6 a)	92
Kartogram - analýza	1 IV.	94	Kartodiagram - interpretace	2 VII.	92		6 b)	96
	1 V.	65		2 VIII.	40		6 c)	96
	1 VI.	90		2 IX.	29	Měřítka	7 a)	65
Kartogram - interpretace	1 VII.	42	Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	100		7 b)	65
	1 VIII.	81		3 b)	96	Prostorová představivost a rovinné útvary	8 a)	50
	1 IX.	67		3 c)	92		8 b)	58
Kartodiagram - čtení	2 I.	100	Relativní x absolutní data	4 a)	75		8 c)	73
	2 II.	73		4 b)	90		8 d)	29
	2 III.	92		4 c)	94			

Zdroj: vlastní výpočet

4.3.3 Citlivost úloh pilotního šetření

Citlivost neboli rozlišovací schopnost úloh vyjadřuje, zda daná úloha zvýhodňuje testované osoby s „lepšími vědomostmi“ před osobami s „horšími vědomostmi“. Neboli zda jsou v dané úloze úspěšnější ti, kteří dosáhli obecně lepších výsledků v testu nebo ne (Chráska 2007). Citlivost úloh v tomto testu byla měřena pomocí koeficientu ULI (upper-lower-index), jehož základem je rozdíl obtížností úlohy ve skupinách lepších a horších testovaných osob, který se počítá pomocí následujícího vzorce:

$$d = \frac{n_L - n_H}{0,5 \cdot N}$$

(n_L – počet osob z lepší skupiny, které danou úlohu zodpověděly správně; n_H – počet osob z horší skupiny, které danou úlohu zodpověděly správně, N – celkový počet osob v těchto skupinách). Tyto dvě skupiny, lepší a horší, vzniknou seřazením respondentů podle dosaženého počtu bodů v celém testu a rozdělením na poloviny, případně se jako lepší skupina může uvažovat čtvrtina nejlepších a za horší skupinu čtvrtina nejméně úspěšných respondentů. Pro výpočet v tomto testu bylo zvoleno rozdělení na poloviny. Vypočtený koeficient citlivosti nabývá hodnot od -1 do 1. Čím se hodnota více blíží 1, tím daná úloha lépe odlišuje osoby s lepšími výsledky od těch s horšími (Chráska 2007).

Vypočtené hodnoty indexu pro všechny otázky ukazuje Tabulka č. 9. Otázkám, jejichž index citlivosti vycházel jako velmi malá hodnota blízká nule, byla při hodnocení vlastností

věnována větší pozornost. Vzhledem k tomu, že se ale jedná o otázky buď s velmi vysokou, nebo naopak velmi nízkou celkovou obtížností, dává tato nízká hodnota citlivosti smysl.

Tabulka č. 9 – Citlivost testových úloh pilotního šetření

	Číslo otázky	ULI		Číslo otázky	ULI
Kartogram - čtení	1 I.	0,16	Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	0,05
	1 II.	0,13		3 b)	0,13
	1 III.	0,35		3 c)	0,37
Kartogram - analýza	1 IV.	0,27	Relativní x absolutní data	4 a)	0,29
	1 V.	0,40		4 b)	0,21
	1 VI.	0,32		4 c)	0,29
Kartogram - interpretace	1 VII.	0,35	Diagram	5 a)	0,69
	1 VIII.	0,29		5 b)	0,40
	1 IX.	0,32	Zlomky	6 a)	0,32
Kartodiagram - čtení	2 I.	0,03		6 b)	0,37
	2 II.	0,27		6 c)	0,35
	2 III.	0,13	Měřítko	7 a)	0,59
Kartodiagram - analýza	2 IV.	0,21		7 b)	0,64
	2 V.	0,37	Prostorová představivost, rovinné útvary	8 a)	0,37
	2 VI.	0,37		8 b)	0,45
Kartodiagram - interpretace	2 VII.	0,24		8 c)	0,35
	2 VIII.	0,21		8 d)	0,32
	2 IX.	0,13			

Zdroj: vlastní výpočet

4.4 Analýza dat

V úvodu této kapitoly byly uvedeny hypotézy, které byly následně přeformulovány do nulových hypotéz a ověřovány statistickými testy. Každý z těchto předpokladů byl rozveden a rozčleněn do několika nulových hypotéz, jejichž kompletní přehled, spolu se statistickými metodami pro jejich ověření využitých, je uveden v přílohách této práce (viz Příloha č. 12).

Na základě vlastností zkoumaných dat (typ proměnné, pravděpodobnostní rozdělení, závislost či nezávislost výběrů) a odborné literatury (Hendl 2012) byl pro ověření korelace mapových a matematických dovedností (hypotéza 1) použit výpočet Pearsonova korelačního koeficientu, jehož výpočtem byl porovnáván získaný počet bodů v testu v matematické části s body získanými v mapové části (případně podmnožin těchto bodů). Pearsonův korelační koeficient může nabývat hodnot od -1 do 1. Pokud je absolutní hodnota koeficientu větší než 0,7, existuje mezi jevy silná korelace. Pokud je tato hodnota mezi 0,3 – 0,7, hovoříme o střední korelaci a pokud je menší než 0,3, korelace mezi

proměnnými je nízká. Znaménko koeficientu udává, zda se v případě kladné hodnoty jedná o přímou úměrnost, tedy druhá neznámá Y se zvyšuje s rostoucí hodnotou první proměnné X ; či v případě záporné o nepřímou úměrnost, kdy hodnota druhé proměnné Y klesá s rostoucí hodnotou první proměnné X (Hendl 2012). Pro ověření úspěšnosti studentů aplikovat dílčí matematické dovednosti (hypotéza 2) byl použit Wilcoxonův dvouvýběrový test. Výpočty byly provedeny ve statistickém softwaru R, hladina spolehlivosti byla stanovena na $\alpha = 0,05$.

5 Výsledky testování

5.1 Charakteristika vzorku testovaných

Plošné testování mapových a matematických dovedností se uskutečnilo během února 2019 a zúčastnilo se ho celkem 267 žáků z 9 různých škol ve věku 14-16 let, tj. v rámci nižšího sekundárního vzdělávání. Z celkového počtu bylo 151 studentů kvart nižších gymnázií z 6 tříd z 5 různých gymnázií, ze 7 různých tříd 4 různých základních škol se testu zúčastnilo 116 žáků 9. tříd.

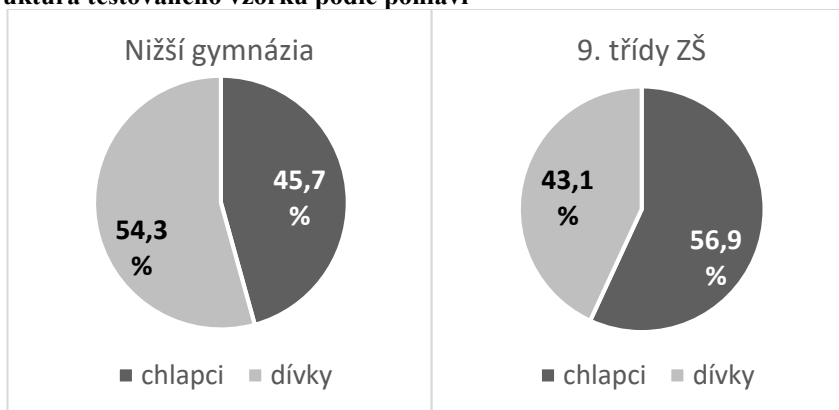
Tabulka č. 10 – Struktura testovaného vzorku podle obce a školy

Žáci nižších gymnázií			Žáci základních škol		
Obec – škola	počet tříd	počet žáků	Obec – škola	počet tříd	počet žáků
Praha 1 – Gymnázium prof. Jana Patočky	2	44	Praha 1 – ZŠ Brána jazyků s rozšířenou výukou matematiky	1	23
Praha 1 – Gymnázium Jiřího Gutha-Jarkovského	1	26	Praha 4 – ZŠ s RvJ K Milíčovu	2	26
Praha 9 – Gymnázium Českolipská	1	25	Šumperk – ZŠ Šumavská	3	44
Praha 10 – Gymnázium Omská	1	25	Šumperk – ZŠ Vrchlického	1	23
Šumperk – Gymnázium Šumperk	1	27	Celkem	7	116
Celkem	6	151			

Zdroj: vlastní zpracování

Z hlediska pohlaví byl testovaný vzorek velmi vyrovnaný – 51 % respondentů tvořili chlapci a 49 % dívky. Tento poměr se ovšem lišil podle typu školy, jak znázorněno v Grafu č. 1. Na nižších gymnáziích mírně převládaly dívky (54,3 %), na základních školách se testu zúčastnilo naopak o něco více chlapců (56,9 %).

Graf č. 1 – Struktura testovaného vzorku podle pohlaví

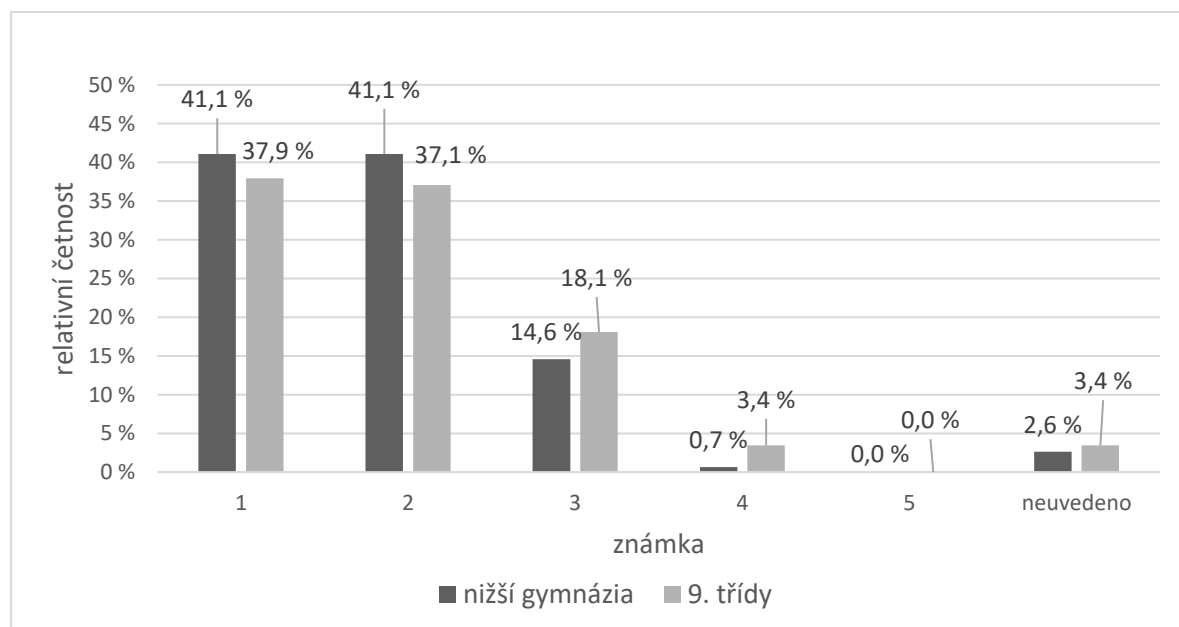


Zdroj: vlastní zpracování

V rámci dotazníku v hlavičce odpovědního archu byli žáci požádáni o vyplnění několika údajů o sobě: známky na posledním vysvědčení (pololetí 9. třídy, resp. pololetí kvarty) z matematiky a zeměpisu a informaci o jejich vztahu k těmto předmětům – zda je baví, nebaví nebo napůl. Vlivem těchto faktorů na mapové dovednosti se ve své práci zabývala Havelková (2016) a některé z nich byly brány v potaz i v dalších výzkumech (např. Hanus 2012). Byly proto zjištěny i v tomto výzkumu pro kontrolu, zda testovaný vzorek nevyniká známkami či oblíbeností některého z předmětů, což by mohlo ovlivnit výsledky šetření.

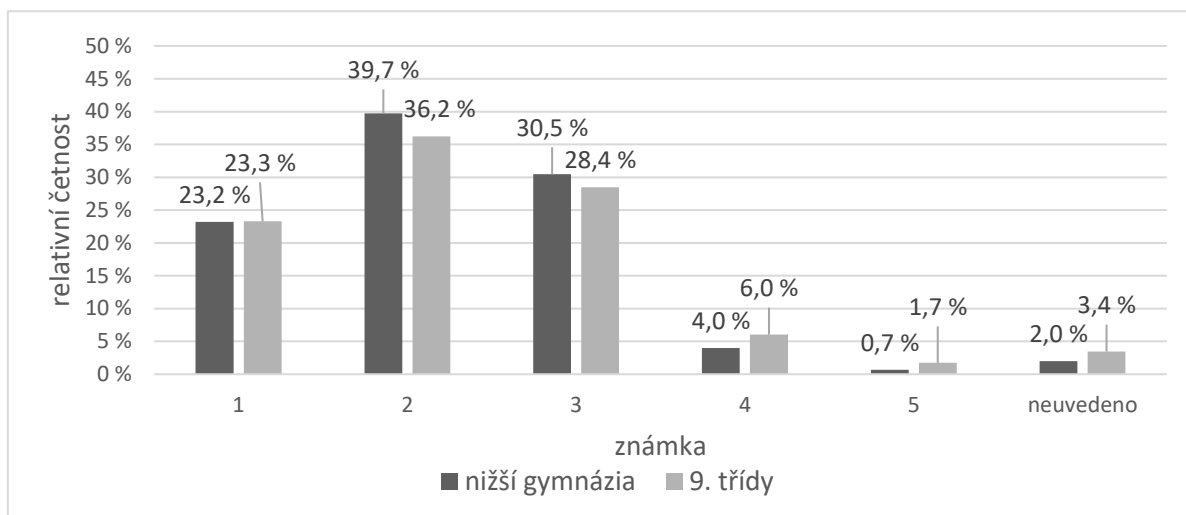
Z odpovědí lze vidět, že ze zeměpisu dosahují žáci lepších známek, než z matematiky a ani mezi respondenty nenajdeme nikoho, kdo by byl z tohoto předmětu hodnocen nedostatečně (z matematiky neprospěli 3 žáci). Lepšími známkami ze zeměpisu bývají častěji hodnoceni studenti nižších gymnázií (průměrná známka 1,7) oproti žákům základních škol (průměrná známka 1,9), tento rozdíl ovšem není nijak výrazný. V matematice jsou obě skupiny respondentů hodnoceni v průměru stejně, rozdíl se pohybuje v řádech setin ve prospěch studentů nižších gymnázií, průměrná známka je ovšem po zaokrouhlení u obou skupin 2,2. Tyto výsledky jsou srovnatelné se zjištěními Havelkové (2016). Dosahují o něco lepších hodnot pravděpodobně kvůli nižšímu věku respondentů.

Graf č. 2 – Struktura testovaného vzorku dle známky ze zeměpisu



Zdroj: vlastní zpracování

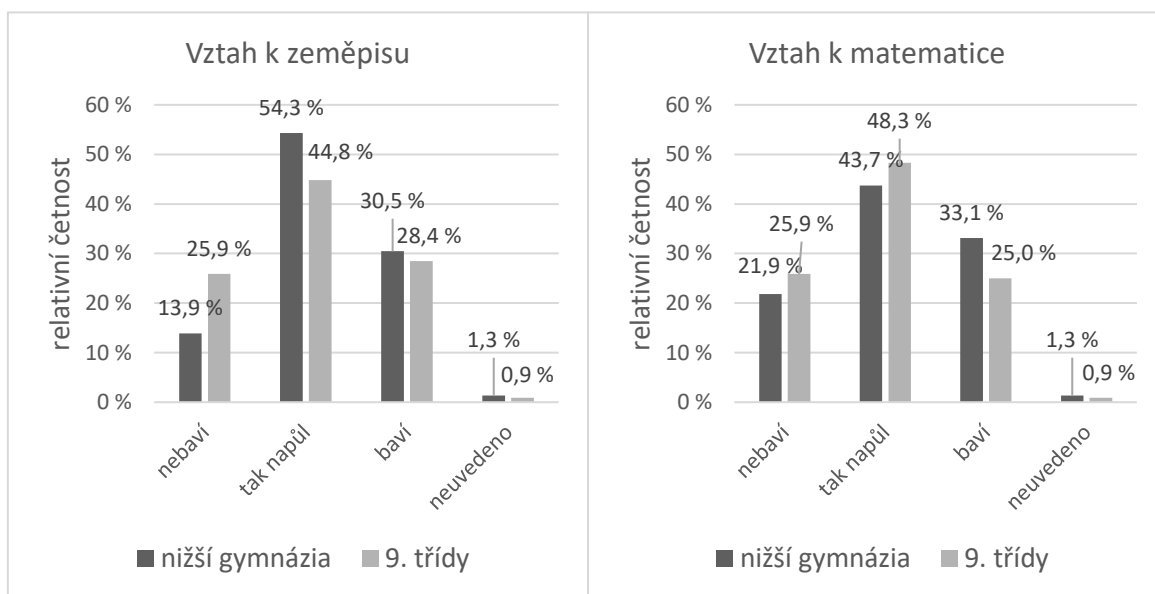
Graf č. 3 – Struktura testovaného vzorku dle známky z matematiky



Zdroj: vlastní zpracování

Oblíbenějším předmětem je celkově u testovaného vzorku studentů zeměpis, u matematiky zaškrtno variantu „nebaví“ 23,6 % respondentů, kdežto u zeměpisu jen 19,1 %. K oběma předmětům mají kladnější vztah studenti nižších gymnázií, u zeměpisu je ovšem jeho oblíbenost vyrovnanější než u matematiky. Tyto výsledky jsou opět srovnatelné se zjištěními předchozích výzkumů (Havelková 2016, Hanus 2012).

Graf č. 4 – Struktura testovaného vzorku podle vztahu k zeměpisu a matematice



Zdroj: vlastní zpracování

5.2 Vlastnosti didaktického testu

Před vyhodnocením výsledků samotného testování byly obdobně jako u pilotního šetření nejdříve ověřeny charakteristiky testu. Kontrolovány byly reliabilita testu jako celku i reliability při vynechání jednotlivých otázek, citlivost a obtížnost samotných otázek.

Reliabilita testu zjišťovaná výpočtem Cronbachova alfa se oproti pilotnímu testu mírně snížila, a to na hodnotu 0,831. Tato hodnota ovšem stále splňuje minimální hranici 0,7 udávanou v odborné literatuře (Chrásková 2007). Vypočtené hodnoty reliability testu při vypuštění jednotlivých otázek (Tabulka č. 11) se měnily v rádech setin, žádná z otázek tedy nemá defektně významný vliv na reliabilitu celkového testu.

Tabulka č. 11 – Reliabilita testu při vynechání dané otázky

	Číslo otázky	Cronbachovo alfa		Číslo otázky	Cronbachovo alfa
Kartogram - čtení	1 I.	0,827	Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	0,83
	1 II.	0,832		3 b)	0,829
	1 III.	0,827		3 c)	0,828
Kartogram - analýza	1 IV.	0,825	Relativní x absolutní data	4 a)	0,826
	1 V.	0,826		4 b)	0,827
	1 VI.	0,828		4 c)	0,825
Kartogram - interpretace	1 VII.	0,828	Diagram	5 a)	0,820
	1 VIII.	0,833		5 b)	0,824
	1 IX.	0,826	Zlomky	6 a)	0,826
Kartodiagram - čtení	2 I.	0,832		6 b)	0,822
	2 II.	0,827		6 c)	0,825
	2 III.	0,829	Měřítka	7 a)	0,822
Kartodiagram - analýza	2 IV.	0,823		7 b)	0,82
	2 V.	0,826	Prostorová představitost, rovinné útvary	8 a)	0,826
	2 VI.	0,827		8 b)	0,825
Kartodiagram - interpretace	2 VII.	0,83		8 c)	0,822
	2 VIII.	0,832		8 d)	0,821
	2 IX.	0,827			

Zdroj: vlastní zpracování

Výpočet citlivosti pro finální test vykazuje o něco horší výsledky, než pilotní šetření: podle tohoto výpočtu finální test hůř rozlišuje mezi slabšími a úspěšnějšími studenty. Záporné hodnoty indexu ULI nebo velmi blízké 0 se ovšem stejně jako u pilotního šetření vyskytují jen u otázek, které mají index obtížnosti větší než 93 (Tabulka č. 12, Tabulka č. 13), což znamená že na otázku odpověděli téměř všichni respondenti správně. V takovém případě není možné rozlišit mezi těmi úspěšnými a méně úspěšnými.

Tabulka č. 12 – Citlivost testovaných otázek

	Číslo otázky	ULI		Číslo otázky	ULI		Číslo otázky	ULI
Kartogram - čtení	1 I.	0,1	Kartodiagram - analýza	2 IV.	0,49	Diagram	5 a)	0,52
	1 II.	0,06		2 V.	0,22		5 b)	0,28
	1 III.	0,25		2 VI.	0,22	Zlomky	6 a)	0,23
Kartogram - analýza	1 IV.	0,14	Kartodiagram - interpretace	2 VII.	0,19		6 b)	0,21
	1 V.	0,31		2 VIII.	0,21		6 c)	0,19
	1 VI.	0,26		2 IX.	0,33	Měřítka	7 a)	0,4
Kartogram - interpretace	1 VII.	0,34	Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	0,02		7 b)	0,54
	1 VIII.	0,19		3 b)	0,07	Prostorová představivost a rovinné útvary	8 a)	0,34
	1 IX.	0,3		3 c)	0,16		8 b)	0,38
Kartodiagram - čtení	2 I.	-0,01	Relativní x absolutní data	4 a)	0,19		8 c)	0,43
	2 II.	0,25		4 b)	0,19		8 d)	0,46
	2 III.	0,13		4 c)	0,24			

Zdroj: vlastní zpracování

Obtížnost jednotlivých úloh byla hodnocena na základě indexu obtížnosti, který odpovídá procentu osob mezi všemi respondenty, které danou otázku zodpovědělo správně. Oproti pilotnímu šetření se zdá být finální test mírně jednodušší, velmi lehkých úloh s indexem obtížnosti větším než 80 je v testu 16 oproti 8 v pilotním šetření. Tuto vlastnost mohla ovlivnit větší velikost testovaného vzorku při finálním testování nebo struktura testovaných – vyšší zastoupení studentů nižších gymnázií, u kterých se předpokládají lepší výsledky než u studentů základních škol.

Tabulka č. 13 – Index obtížnosti úloh

	Číslo otázky	Index [%]		Číslo otázky	Index [%]		Číslo otázky	Index [%]
Kartogram - čtení	1 I.	93,6	Kartodiagram - analýza	2 IV.	53,9	Diagram	5 a)	56,9
	1 II.	84,3		2 V.	80,9		5 b)	82,4
	1 III.	77,5		2 VI.	77,9	Zlomky	6 a)	82,4
Kartogram - analýza	1 IV.	89,9	Kartodiagram - interpretace	2 VII.	81,3		6 b)	88
	1 V.	61,8		2 VIII.	37,5		6 c)	87,6
	1 VI.	74,2		2 IX.	34,1	Měřítka	7 a)	61,8
Kartogram - interpretace	1 VII.	36,7	Intervaly a porovnání hodnot	3 a)	98,9		7 b)	50,6
	1 VIII.	74,9		3 b)	94,8	Prostorová představivost a rovinné útvary	8 a)	49,4
	1 IX.	67		3 c)	85,8		8 b)	59,6
Kartodiagram - čtení	2 I.	99,6	Relativní x absolutní data	4 a)	81,6		8 c)	70
	2 II.	65,5		4 b)	86,9		8 d)	39,7
	2 III.	92,5		4 c)	79,8			

Zdroj: vlastní zpracování

Velmi obtížná úloha, za kterou Chráska (2007) považuje úlohu s indexem obtížnosti menším než 20, nebyla v testu objevena žádná. Přesto se podrobněji podívejme na tři nejobtížnější otázky, jejichž index obtížnosti je menší než 40. Jedná se úlohy číslo 2 IX., 1 VII., a 8 d). Obě nejobtížnější otázky z mapové části ověřují dovednost interpretace map, což odpovídá tvrzením o gradující náročnosti mapových dovedností a zjištěním předchozích výzkumů (Hanus 2012, Havelková 2016). Zároveň se jedná o otázky, které primárně ověřují základní pochopení kartografické vyjadřovací metody. V případě otázky 2 IX. je úkol studentů si uvědomit, že kartodiagram se vztahuje k celému kraji a ne jen k jednomu městu, o doplnění tvrzení: *Ve městech Plšduby a Ležno je minimálně každý třetí strom ...* tudíž nelze rozhodnout. Otázka 1 VII. ověřuje, zda student chápe rozdíl mezi relativními a absolutními daty a zda ví, které z nich kartogram znázorňuje. O pravdivosti výroku vztahujícímu se ke kartogramu: *Většina věřících obyvatel Engory bydlí v krajích Chyslav a Gabrná.* tudíž také nelze rozhodnout.

Obě tyto nejobtížnější úlohy vyžadovaly po studentech určit, že na základě dané mapy nemohou o tvrzení v otázce rozhodnout, tudíž že dané informace z mapy nelze vyčíst. K podobnému zjištění došla ve svém výzkumu i Havelková (2016), tato práce tedy také potvrzuje, že je pro studenty obtížné rozhodnout, jaké informace mapa zobrazuje a které nikoliv.

Nejobtížnější matematickou úlohou je poslední úloha 8 d), ve které má student prokázat pochopení funkčních vztahů a přímé úměrnosti dopočítáním počtu plechových plátů nutných pro zastřešení altánu (jehož plochu měl student za úkol spočítat pomocí čtvercové sítě v předchozí úloze 8 c)), pokud zná plochu a počet plechových plátů nutných pro zastřešení jiného objektu. Vliv na nízkou úspěšnost této otázky by kromě neznalosti funkcí a přímé úměrnosti mohla mít i nutnost využití výpočtu z předchozí otázky. Pokud žák nedokázal zodpovědět správně na předchozí otázku a k výpočtu následující použil tento špatný výsledek, chyba se řetězí. V neposlední řadě by na nízkou úspěšnost mohl mít i fakt, že se jedná o úplně poslední otázku – někteří žáci ji nemuseli stihnout vypočítat z důvodu nedostatku času nebo unavenosti a snižující se míry soustředěnosti.

Při bližším prozkoumání výše zmíněných jednoduchých úloh můžeme vidět, že většina z nich (9 z 16) je z matematické části testu. To se zdá být na první pohled překvapivé, ovšem tento test ověřuje pouze ty matematické dovednosti využívané při práci s mapami, ne obecně všechny matematické dovednosti, které jsou většinou učivem nižších ročníků základní školy (viz. Kapitola 3.2.6, s. 41). Otázky 3 a) a 3 b) které ověřují práci

s intervaly a porovnání hodnot jsou po otázce 2 I. nejjednodušší, třetí podotázka 3 c) měla o něco nižší úspěšnost, přesto ale také patří mezi zmíněných 16 nejméně obtížných úloh. Podobně celá otázka ověřující práci se zlomky má vysokou úspěšnost (6 a), 6 b), 6 c)), práce s diagramem (5 b)), a dvě ze tří podotázek ověřující pochopení rozdílu mezi relativními a absolutními daty (4 a), a 4 b)).

Nejjednodušší otázkou, jejíž index obtížnosti dosáhl 99,6 je otázka číslo 2 I. ověřující dovednost čtení kartodiagramu, konkrétně dešifrování významu symbolu a porozumění legendě. Mezi 6 otázkami ověřujícími čtení map najdeme další 3, tedy celkem 4 otázky, které se s hodnotou indexu obtížnosti větší než 80 dají označit za velmi snadné.

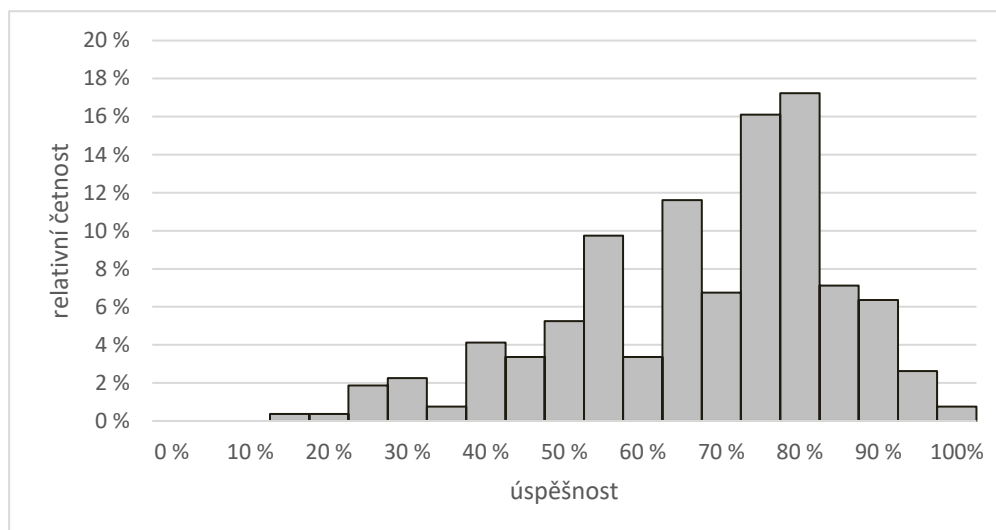
Mezi jednoduchými otázkami najdeme i 2, které po žácích vyžadují dovednost analýzy map. Index obtížnosti otázky 1 IV, která ověřuje analýzu kartogramu, dosahuje dokonce hodnoty 89,9. V této otázce musí žáci porovnat prostorové rozmístění jevu a pracovat s intervaly v legendě, aby mohli určit *v krajích při hranici s kterým státem je podíl věřících velmi rozdílný a kde rozdíl mezi jednotlivými kraji dosahuje i více než 30 %*. Druhou jednoduchou otázkou na analýzu map je otázka číslo 2 V. u kartodiagramu, kde musí žák pomocí práce s měřítkem zjistit *nejkratší vzdálenost od hranic Strálie do kraje, kde se nacházejí pouze listnaté lesy*.

5.3 Úroveň mapových a matematických dovedností

Vyhodnocení testu přineslo pozitivní výsledky: průměrná úspěšnost testu jako celku u všech studentů dosáhla hodnoty 70,2 % a v Grafu č. 5 pozorujeme výrazný posun histogramu napravo k vyšším hodnotám. Výsledky se mezi respondenty samozřejmě výrazně různí, najdeme zde ty, kteří neodpověděli správně na víc než 20 % otázek, na druhou stranu jsou mezi 267 studenty 2, kteří test vyplnili bez chyby. Z Grafu č. 5 také můžeme vidět, že rozdělení úspěšnosti neodpovídá normálnímu rozdělení (hypotéza normality byla také pomocí Shapirova-Wilkova testu na hladině významnosti 0,05 zamítnuta), v dalších statistických výpočtech budou tedy použity neparametrické testy, které nevyžadují normalitu dat (Hendl 2012, Zvára 2004).

Role, kterou hraje typ školy, kterou daný student navštěvuje, je patrná z Grafu č. 6. Podle očekávání dopadali studenti nižších gymnázií lépe, než studenti běžných základních škol. V Grafu č. 6 jsou úspěšnosti studentů nižších gymnázií posunuty výrazně doprava k vyšším hodnotám a nejnižší zjištěnou úspěšností je 40,1 %, kdežto u žáků základních škol byla naměřena nejnižší hodnota 18,8 %. Maximální hodnotou bylo u obou skupin 100 %, u žáků základních škol je ovšem tato hodnota odlehlejší a v sousedním intervalu úspěšnosti

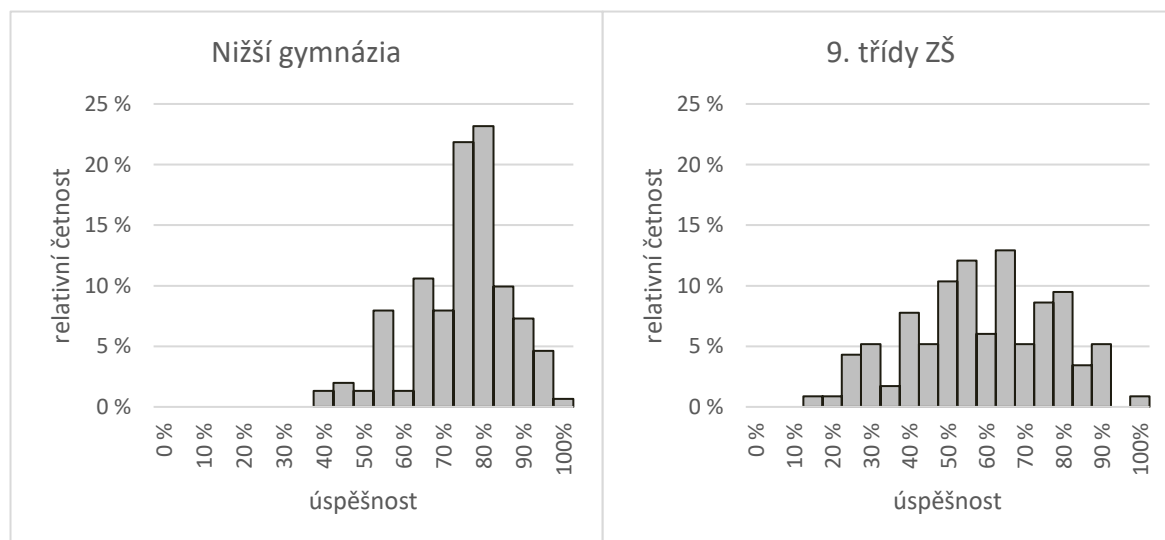
Graf č. 5 – Celková úspěšnost v didaktickém testu



Zdroj: vlastní zpracování

95-99,9 % nenajdeme žádnou hodnotu. Naproti tomu studentů nižších gymnázií dosáhlo úspěšnosti z druhého nejlepšího intervalu téměř 5 % respondentů. Průměrné úspěšnosti obou skupin se liší o 16 %, studenti nižších gymnázií dosahovali v průměru úspěšnosti 77,5 % kdežto žáci 9. tříd základních škol 61,2 %. Tento trend – lepší výsledky studentů nižších gymnázií oproti žákům základních škol – se bude objevovat ve větší či menší míře ve všech dílčích výsledcích.

Graf č. 6 – Celková úspěšnost v didaktickém testu podle typu školy

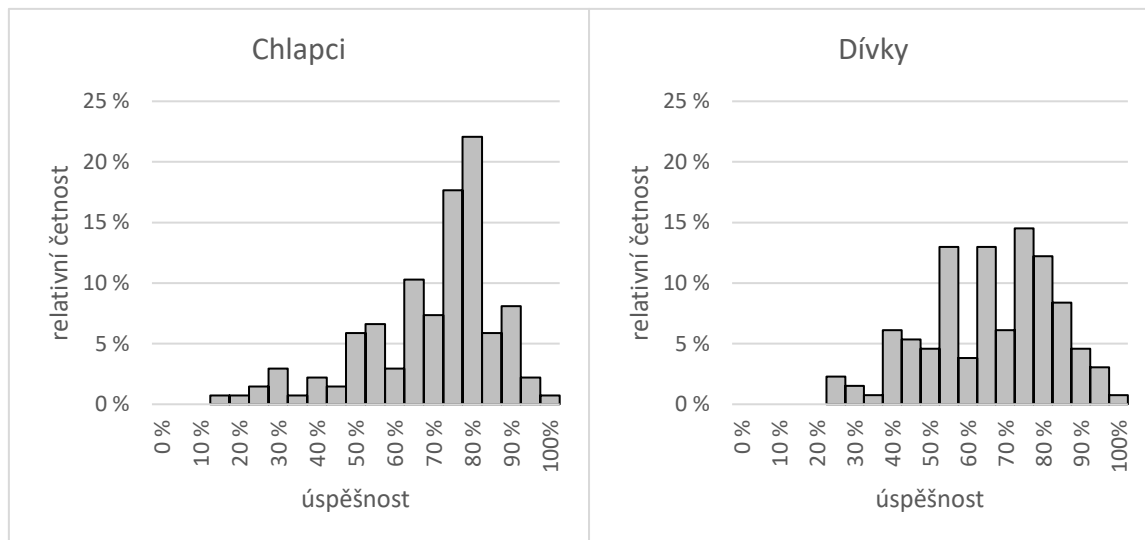


Zdroj: vlastní zpracování

Pohlaví respondentů se v podobných výzkumech často udává jako další faktor, který má vliv jak na úroveň mapových dovedností, tak těch matematických. Ve výsledcích tohoto výzkumu dopadli celkově lépe chlapci, jejichž průměrná úspěšnost je 71,9 %, kdežto

u dívek 68,5 %. Rozdíl zde tedy je, ovšem pouze 3,4 %. Z Grafu č. 7 navíc můžeme vidět, že u chlapců najdeme větší rozdíly mezi těmi nejlepšími a nejhoršími z nich, které jsou u dívek vyrovnanější.

Graf č. 7 – Celková úspěšnost v didaktickém testu podle pohlaví

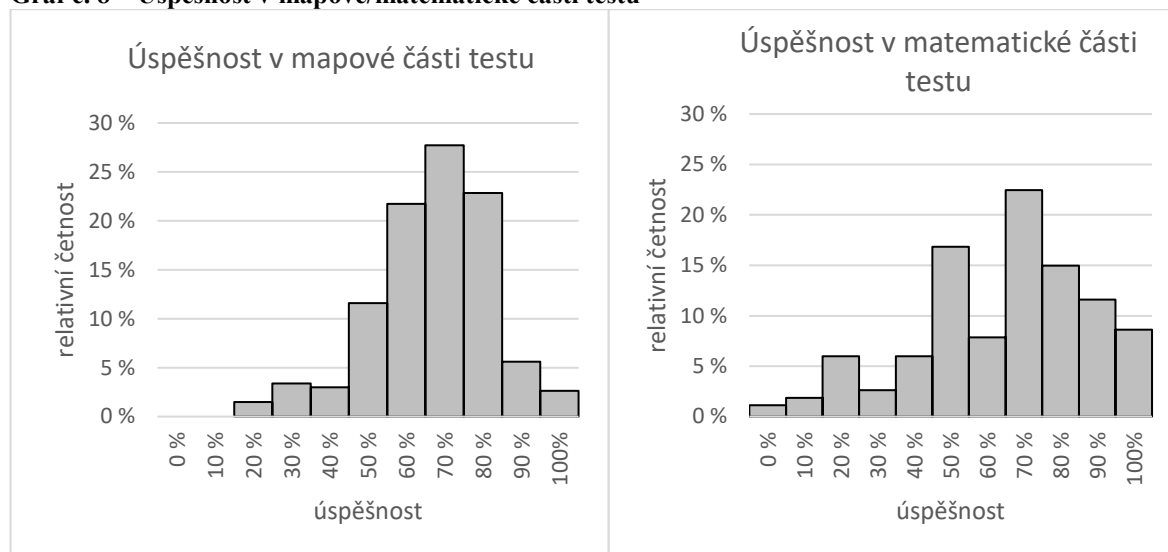


Zdroj: vlastní zpracování

Úspěšnost testu jako celku ovšem není tolik vypovídající informací, vzhledem k tomu, že se test skládá ze dvou tematicky oddělených částí. Pojďme se tedy podívat zvlášť na úspěšnosti v jednotlivých částech testu. Lepších výsledků dosahovali studenti v mapové části, jejíž průměrná úspěšnost je 71,3 %, v matematické dosahovali respondenti v průměru úspěšnosti 68,8 %. Rozdíl nicméně není výrazný, což může nasvědčovat korelaci mezi těmito jevy.

Při bližším zkoumání těchto výsledků, které jsou znázorněny v Grafu č. 8, si můžeme všimnout, že v mapové části dosahovali žáci častěji průměrných hodnot (více než 70 % respondentů dosáhlo úspěšnosti mezi 60–89,9 %), kdežto v matematice najdeme více výrazně horších i výrazně lepších studentů (výsledku ze stejného intervalu úspěšnosti 60–89,9 % získalo v matematické části pouze 45 %). Také je zajímavé, že přestože byly v mapové části testu studenti průměrně úspěšnější, plného počtu bodů zde získalo z 267 respondentů jen 7, kdežto matematickou část mělo bez chyby 23 žáků. Matematický test tedy více rozděluje respondenty mezi ty úspěšné a neúspěšné.

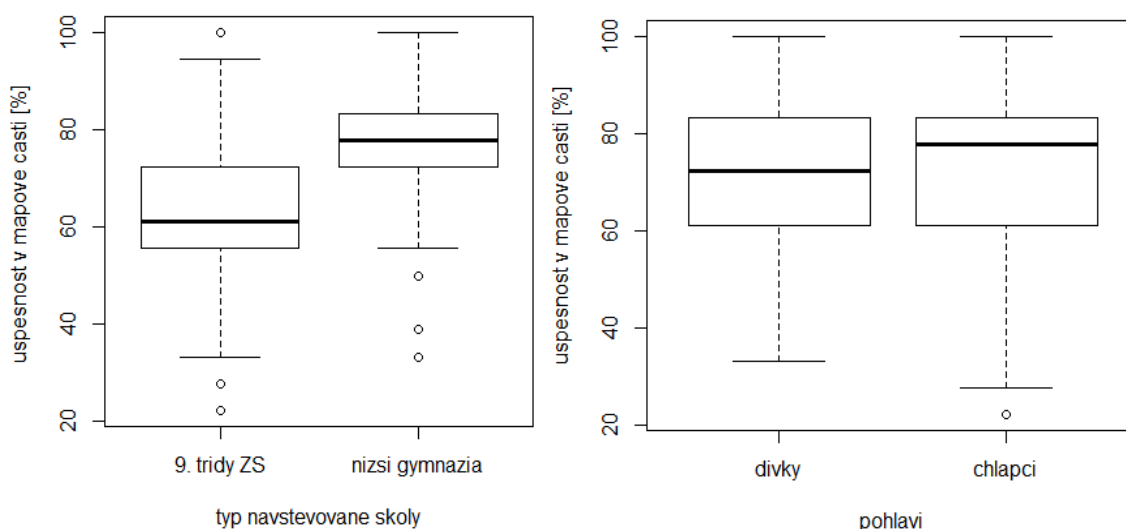
Graf č. 8 – Úspěšnost v mapové/matematické části testu



Zdroj: vlastní zpracování

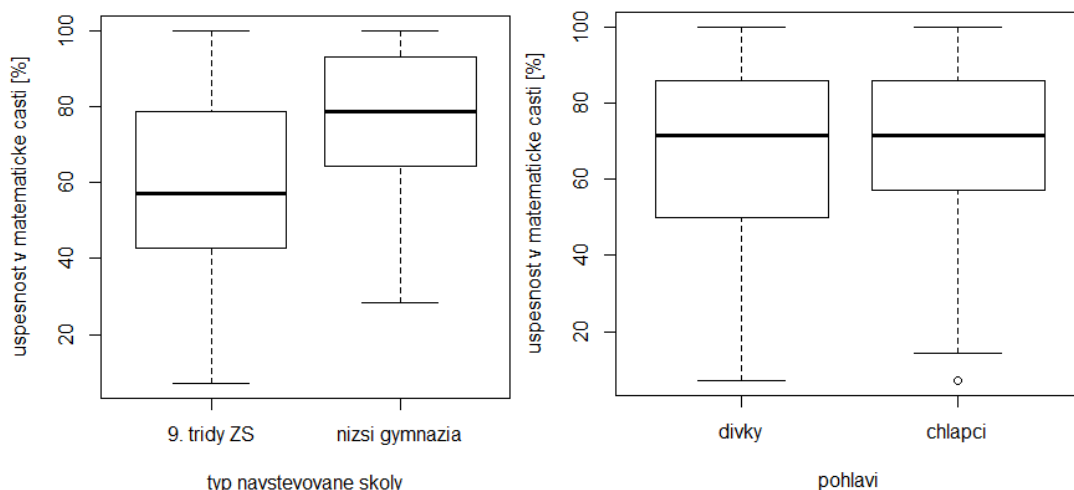
Typ školy, kterou respondent navštěvuje, a pohlaví hrálo roli i odděleně ve výsledcích v mapové i matematické části. Z Grafů č. 9 a 10 vyplívá, že v obou případech hrál typ školy větší roli a vytvářel mezi respondenty větší rozdíly než pohlaví. V obou případech, v matematické i mapové části, byli studenti víceletých gymnázií úspěšnější. Co se týče pohlaví, v obou částech testu dosahovali lepších výsledků chlapci, u mapových dovedností byl ovšem tento rozdíl výraznější než u dovedností matematických, kde obě pohlaví dosahovala velmi podobných výsledků.

Graf č. 9 – Úspěšnost v mapové části testu podle typu školy a pohlaví



Zdroj: vlastní zpracování

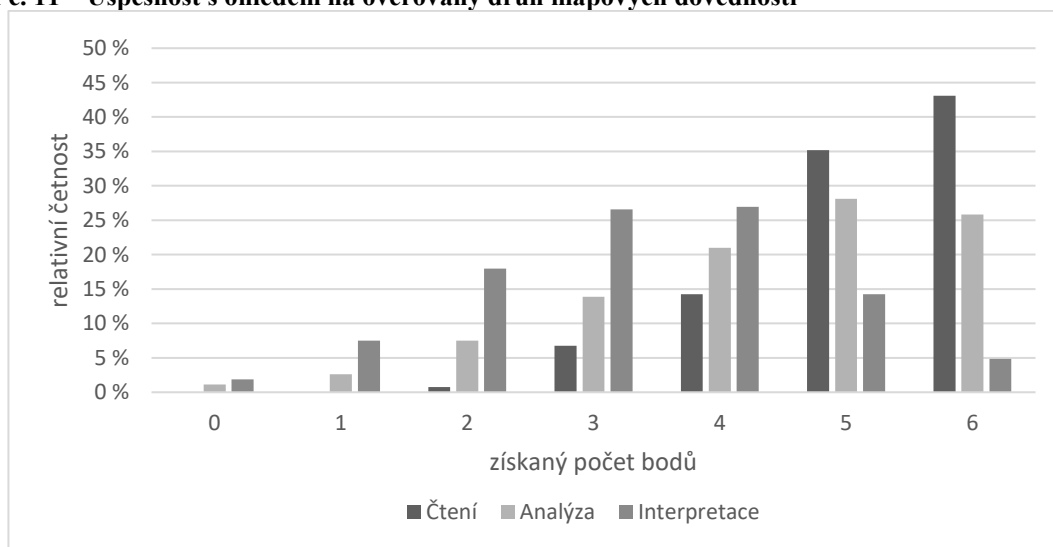
Graf č. 10 – Úspěšnost v matematické části testu podle typu školy a pohlaví



Zdroj: vlastní zpracování

Různých úspěšností dosahovali respondenti i v rámci dílčích mapových dovedností – čtení, analýze a interpretaci map. Jak bylo popsáno v kapitole 2.1 (s. 19), tyto dovednosti na sebe navazují a jejich kognitivní náročnost se postupně zvyšuje. Ve čtení by tudíž žáci měli být nejúspěšnější a v interpretaci by naopak měli dopadat nejhůř. Graf č. 11 toto očekávání potvrzuje. V dovednosti čtení dosáhlo plného počtu bodů přes 40 % respondentů, u interpretace to bylo jen necelých 5 %. Ve čtení map také všichni respondenti zodpověděli správně alespoň 2 otázky, kdežto u analýzy a interpretace najdeme i ty, kteří neodpověděli správně ani na jednu otázku ověřující danou dovednost.

Graf č. 11 – Úspěšnost s ohledem na ověřovaný druh mapových dovedností

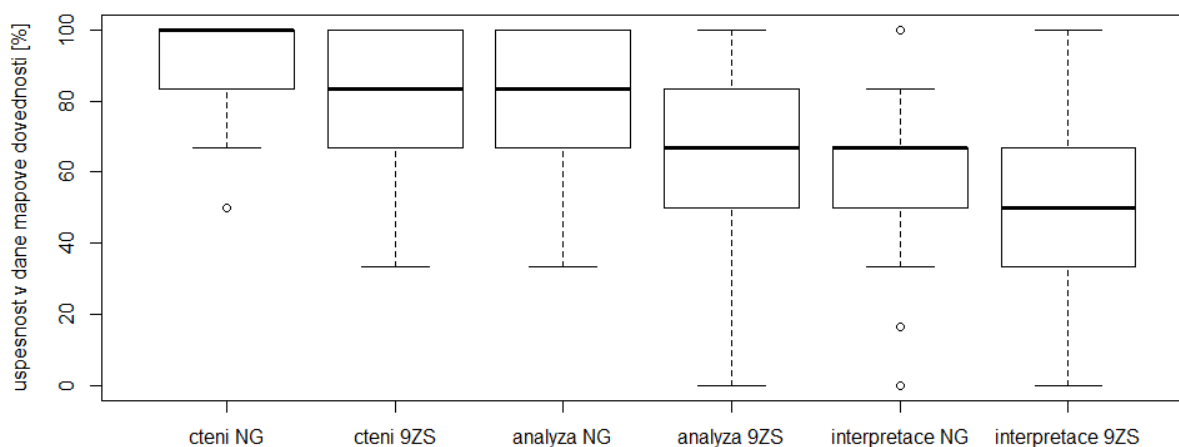


Pozn.: Úspěšnost je zde znázorněna ne pomocí procenta úspěšnosti ale počtu získaných bodů v dané dovednosti vzhledem k nízkému maximálnímu počtu bodů (6 pro každou z dovedností).

Zdroj: vlastní zpracování

Když se podíváme na jednotlivé dílčí dovednosti práce s mapou a jejich úspěšnosti v souvislosti s typem školy, kterou respondenti navštěvují (Graf č. 12), jsou jasné viditelné lepší výsledky studentů nižších gymnázií. Povzbudivé je zjištění, že medián úspěšnosti studentů nižších gymnázií v dovednosti čtení map je 100 %, konkrétně 53 % respondentů z této skupiny odpovědělo správně na všechny otázky ověřující tuto dovednost. Je zajímavé si všimnout, že medián úspěšnosti čtení mapy žáků 9. tříd je shodný s mediánem úspěšnosti analýzy map studentů nižších gymnázií, a obdobně medián analýzy map žáků 9. tříd je shodný s mediánem interpretace map studentů nižších gymnázií.

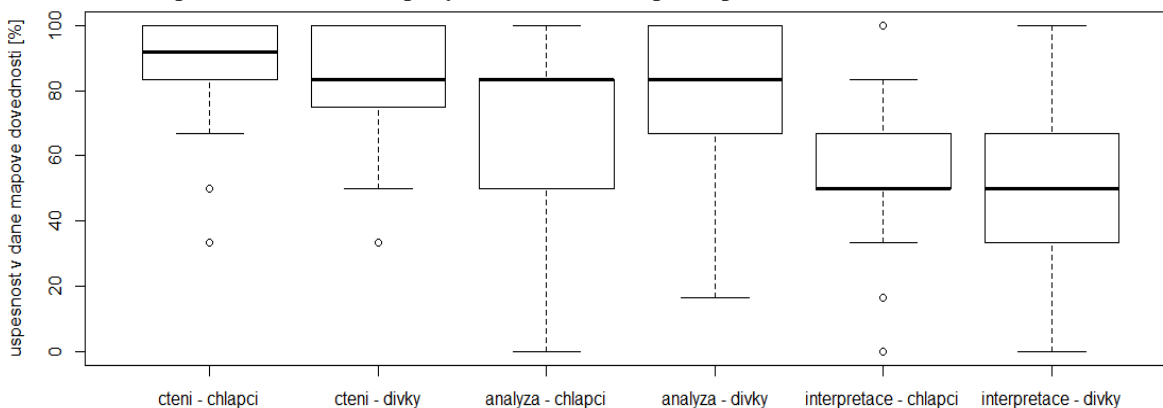
Graf č. 12 – Úspěšnost v dílčích mapových dovednostech podle typu školy



Zdroj: vlastní zpracování

Z hlediska pohlaví nebyl rozdíl tak razantní jako u typu škol, největší rozdíl byl mezi chlapci a dívkami u čtení map. U této dovednosti je medián úspěšnosti chlapců vyšší než u dívek, v ostatních dvou případech jsou mediány shodné. Přesto ve všech dovednostech dosahují chlapci lepších výsledků.

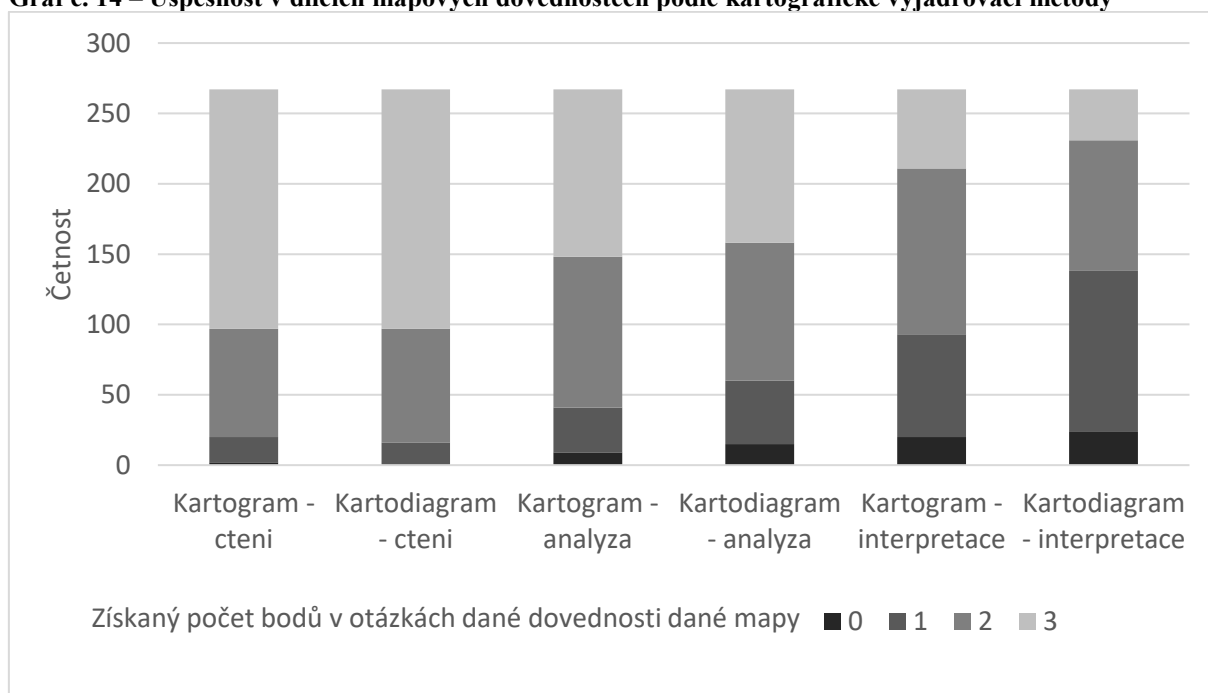
Graf č. 13 – Úspěšnost v dílčích mapových dovednostech podle pohlaví



Zdroj: vlastní zpracování

Jako vliv na úspěšnost v dílčích mapových dovednostech byl zkoumán také typ kartografické vyjadřovací metody. Z Grafu č. 14 lze vidět, že v dovednosti čtení map je rozdílní úspěšností u kartogramu a kartodiagramu minimální. V řešení otázek ověřující analýzu map byli respondenti úspěšnější u kartogramu než u kartodiagramu, v porovnání s interpretací map je ovšem tento rozdíl také zanedbatelný. Největší rozdíl je vidět právě u dovednosti interpretace map, kde byli studenti výrazně úspěšnější při řešení otázek vztahujících se ke kartogramu. Je otázka, jestli na tento výsledek mohlo mít vliv pořadí map: kartogram většina respondentů řešila jako první, otázky na interpretaci kartodiagramu byly tedy ty poslední v mapové části, které řešili, a mohla tudíž hrát roli únava. Ale vzhledem k tomu, že se podobný trend ukázal i u analýzy, ne jen u interpretace map, je vliv pořadí map málo pravděpodobný a můžeme tudíž usuzovat, že interpretace map byla pro studenty náročnější právě při práci s kartodiagramem.

Graf č. 14 – Úspěšnost v dílčích mapových dovednostech podle kartografické vyjadřovací metody



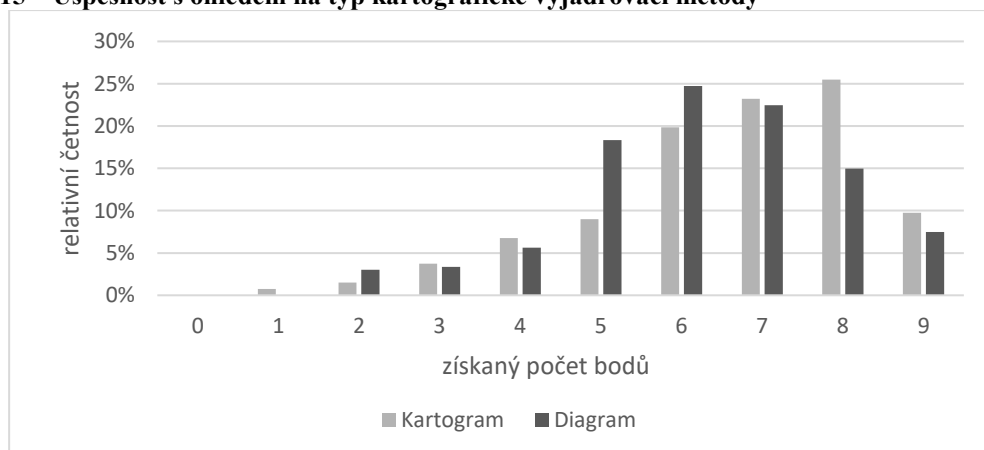
Pozn.: Úspěšnost je zde znázorněna pomocí počtu získaných bodů v dané dovednosti vzhledem k nízkému maximálnímu počtu bodů (3 pro každou dílčí mapovou dovednost).

Zdroj: vlastní zpracování

Kromě rozlišení kartogramu a kartodiagramu v souvislosti s dílčími mapovými dovednostmi byly zkoumány celkové úspěšnosti při práci s těmito kartografickými vyjadřovacími metodami. Graf č. 15 ukazuje zvlášť úspěšnost u otázek ověřujících práci s mapami využívajícími pro znázornění jevů kartogram a kartodiagram. Oproti výsledkům Havelkové (2016) byli respondenti v tomto testu úspěšnější při práci s kartogramem

(průměrná úspěšnost 73,3 %) než kartodiagramem (průměrná úspěšnost 69,2 %), což může být v důsledku úpravy mapy pro tuto práci a rozlišení velikostí jednotlivých diagramů v mapě (viz kapitola 4.2, s. 48), a tím pádem zvýšení obtížnosti při práci s hodnotovým měřítkem kartodiagramu.

Graf č. 15 – Úspěšnost s ohledem na typ kartografické vyjadřovací metody

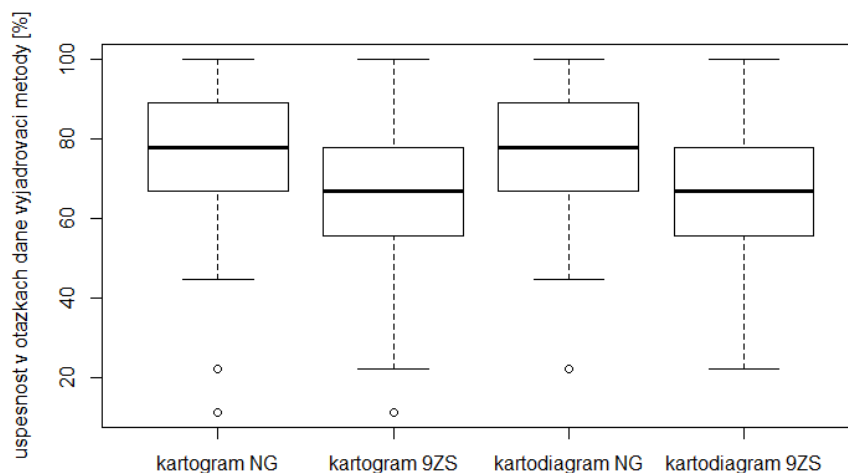


Pozn.: Úspěšnost je zde znázorněna pomocí počtu získaných bodů v dané dovednosti vzhledem k nízkému maximálnímu počtu bodů (9 pro každou vyjadřovací metodu).

Zdroj: vlastní zpracování

Graf č. 16 potom ukazuje rozdíly u jednotlivých vyjadřovacích metod podle typu školy, kterou respondent navštěvuje. Opět se potvrzuje trend lepších výsledků studentů nižších gymnázií.

Graf č. 16 – Úspěšnost v otázkách u jednotlivých kartografických vyjadřovacích metod podle typu školy

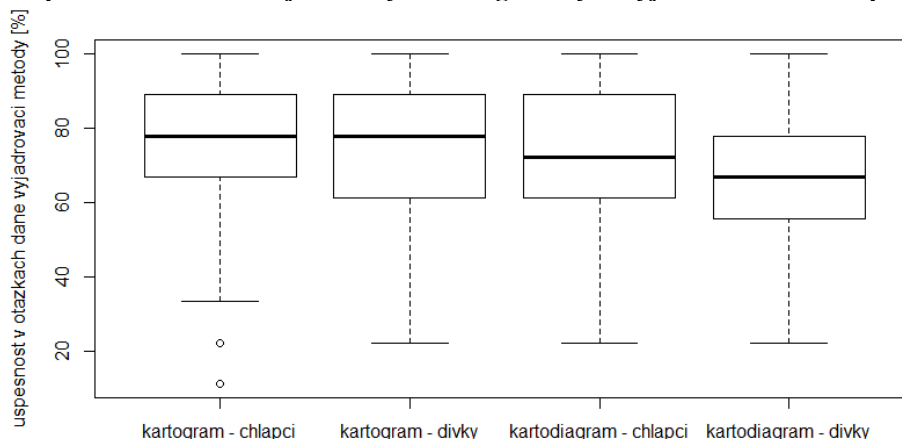


Zdroj: vlastní zpracování

Graf č. 17 znázorňující úspěšnosti v otázkách u kartogramu a kartodiagramu odděleně pro chlapce a dívky ukazuje, že při práci s kartogramem dosahují obě pohlaví

srovnatelných výsledků. Naproti tomu rozdíl, díky kterému potom vychází, že si chlapci vedou celkově v mapových dovednostech lépe, se ukazuje při práci s kartodiagramem, kde chlapci dosahují signifikantně lepších výsledků než dívky.

Graf č. 17 – Úspěšnost v otázkách u jednotlivých kartografických vyjadřovacích metod podle pohlaví



Zdroj: vlastní zpracování

Z výše uvedených výsledků je tedy patrné, že si lépe vedou chlapci než dívky a studenti nižších gymnázií než žáci základních škol. Je zajímavé si v této souvislosti uvědomit strukturu testovaného vzorku (Graf č. 1, s. 57): mezi studenty nižších gymnázií převládají dívky (54,3 %), mezi žáky základních škol zase chlapci, a to ještě výrazněji (56,9 %); a podívat se na tyto dva faktory dohromady. Studenti nižších gymnázií vykazují signifikantně lepších výsledků i přesto, že je mezi nimi více dívek, které oproti chlapcům dopadali v testu hůř. Obdobně žáci základních škol dopadali celkově hůř, přestože je mezi nimi více chlapců, kteří jsou úspěšnější než dívky. Vliv typu školy je tudíž silnější než pohlaví a skupinu chlapců z nižších gymnázií můžeme označit za v tomto testu nejúspěšnější.

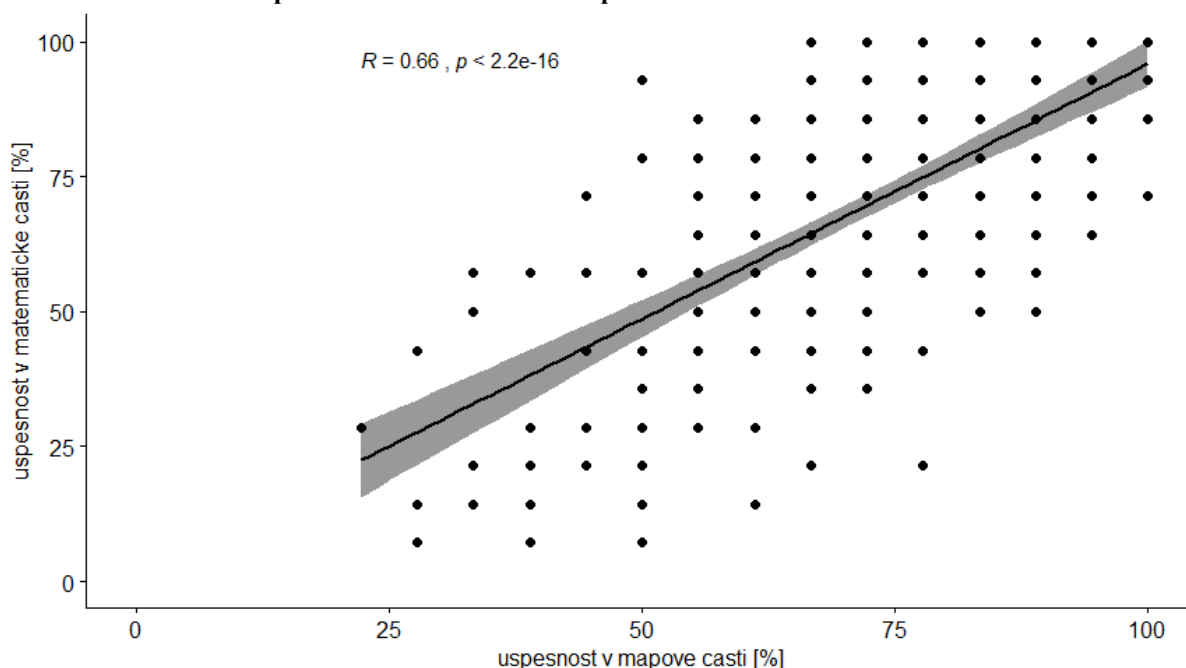
5.4 Korelace mapových a matematických dovedností

Hlavní výzkumnou otázkou této práce je, zda existuje korelace mezi matematickými a mapovými dovednostmi. Tuto problematiku budeme zkoumat na základě výsledků testu jako celku, i dílčích výsledků pro čtení, analýzu a interpretaci, kartogram a kartodiagram, a zda se tato korelace liší v souvislosti s typem školy, kterou respondenti navštěvují, nebo s pohlavím.

Pearsonův korelační koeficient porovnávající úspěšnost v matematické a mapové části testu všech respondentů dosáhl hodnoty 0,656, která odpovídá střední korelaci mezi

proměnnými. Jedná se ovšem o hodnotu při horním okraji intervalu střední korelace (při hodnotách větších než 0,7 hovoříme o vysoké míře korelace). Hypotéza nezávislosti těchto jevů byla tedy zamítnuta a můžeme říci, že studenti, dosahující lepších výsledků v matematice dosahují i lepších výsledků v mapových dovednostech. Grafické znázornění korelace ukazuje Graf č. 18.

Graf č. 18 – Korelace úspěšností v matematické a mapové části testu



Zdroj: vlastní zpracování

Při zkoumání korelačních koeficientů vypočítaných pro matematické dovednosti a zvláště dílčí mapové dovednosti: čtení, analýzu a interpretaci zjistíme ve všech třech případech korelaci slabší (Tabulka č. 14). Nejvíce z těchto tří dílčích dovedností závisí na úspěšnosti v matematice analýza map, jejíž koeficient dosáhl hodnoty 0,563. Toto zjištění odpovídá nejvyššímu počtu matematických dovedností, které žák při analýze mapy oproti zbylým dílčím mapovým dovednostem využívá (viz Kapitola 4.2, Tabulka č. 4, s. 50). Úspěšnost v práci s různými kartografickými vyjadřovacími metodami, v tomto případě kartogramem a kartodiagramem, závisí na matematických dovednostech ve velmi podobné míře. Korelační koeficient vyšel o něco více v korelaci s kartodiagramem, rozdíl je ale minimální a obě hodnoty jsou nižší než celková míra korelace mapových a matematických dovedností. Nejnižší míra korelace potom byla zjištěna v závislosti čtení mapy na matematických dovednostech, což je způsobeno pravděpodobně vysokou úspěšností v úlohách ověřujících čtení map.

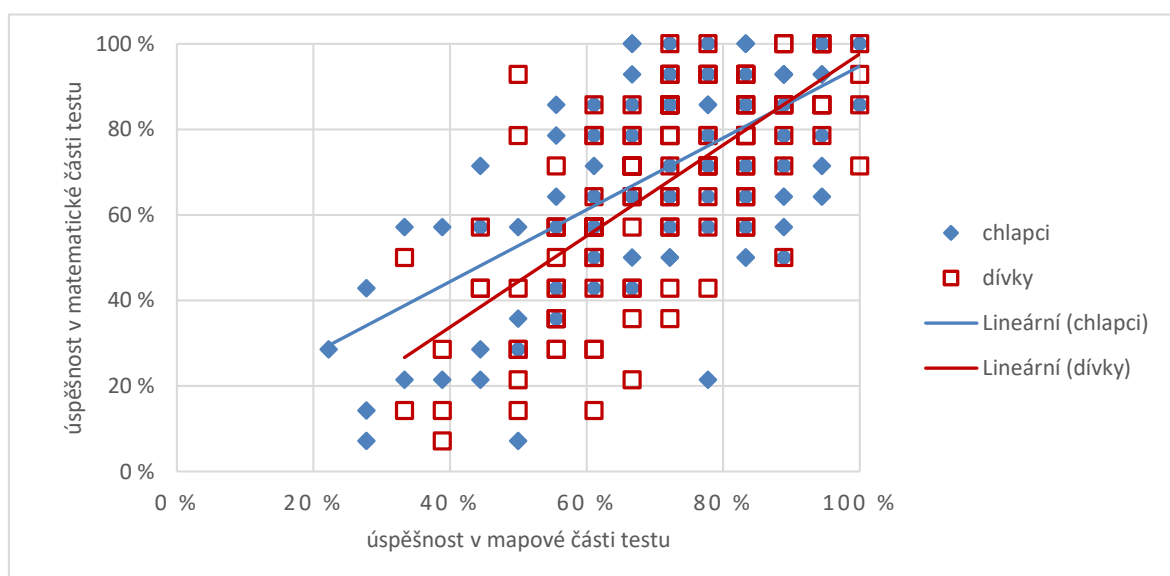
Tabulka č. 14 – Korelace matematických dovedností a dílčích mapových dovedností v závislosti na pohlaví a typu školy

Korelace matematických dovedností a	celkem	chlapci	dívky	studenti nižších gymnázií	žáci 9. tříd
mapových dovedností	0,656	0,625	0,690	0,410	0,666
čtení map	0,458	0,473	0,429	0,189	0,501
analýzy map	0,563	0,545	0,606	0,279	0,584
interpretaci map	0,466	0,435	0,487	0,330	0,455
práce s kartogramem	0,545	0,502	0,594	0,307	0,546
práce s kartodiagramem	0,576	0,582	0,565	0,327	0,618

Zdroj: vlastní zpracování

Další otázkou, na kterou se tato práce snaží odpovědět, je, zda se tato korelace liší podle pohlaví či navštěvované školy. Při pohledu na korelační koeficienty vypočítané zvlášť pro chlapce a dívky (Tabulka č. 14) můžeme vidět, že vyšší míra závislosti mezi matematickými a mapovými dovednostmi jako celku byla zjištěna u děvčat, a to dokonce vyšší než u všech respondentů dohromady. Pearsonův korelační koeficient pro děvčata dosáhl hodnoty 0,69, nejtěsněji pod hranicí vysoké míry korelace (0,7) ze všech vypočítaných hodnot. Můžeme tedy říci, že pohlaví hraje při závislosti těchto jevů svou roli, graficky je tento vliv znázorněn v Grafu č. 19. V dílčích mapových dovednostech je obdobně jako u všech respondentů jako celku korelace o něco nižší a spočítané koeficienty se pohybují ve velmi podobných hodnotách – u obou pohlaví je nejvyšší míra korelace

Graf č. 19 – Korelace úspěšností v matematické a mapové části testu v závislosti na pohlaví

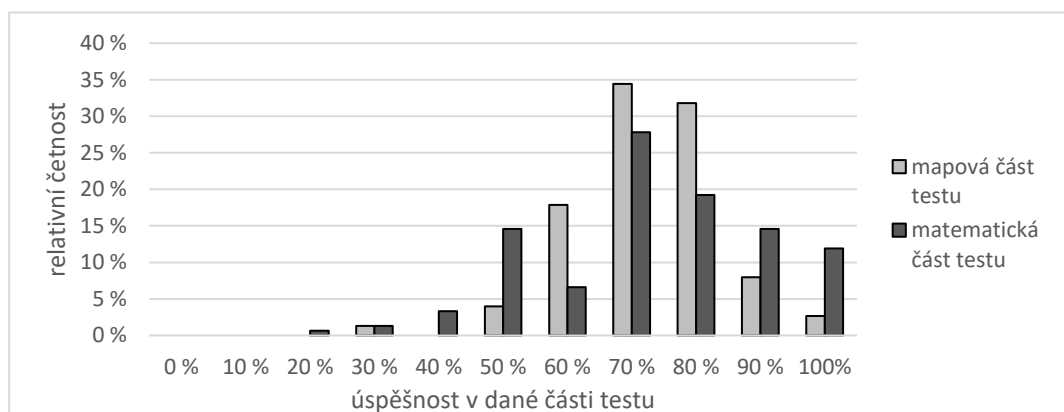


Zdroj: vlastní zpracování

analýzy map a matematických dovedností. Nejméně potom u děvčat, stejně jako u všech respondentů dohromady, závisí čtení map na matematických dovednostech, u chlapců naproti tomu vykazuje nejnížší míru korelace interpretace map. Ve většině dílčích výsledků byly vypočtené koeficienty vyšší u děvčat, vyšší míru korelace než děvčata měli chlapci pouze v závislosti čtení map a práci s kartodiagramem na matematických dovednostech.

Ještě větší roli než pohlaví, ale hraje typ školy, kterou respondent navštěvuje. U žáků 9. tříd dosahují korelačních koeficientů u mapových dovedností jako celku, i u těch dílčích, velmi podobných, nebo v některých případech o něco vyšších, hodnot jako u všech respondentů dohromady. U studentů nižších gymnázií je však tato korelace výrazně nižší, v případě čtení a analýzy map jsou hodnoty Pearsonových koeficientů dokonce nižší než 0,3 a tím pádem spadají do kategorie nízké korelace (v Tabulce č. 14 vyznačeno tmavými políčky). Pravděpodobné vysvětlení toho, proč v této skupině vychází korelační koeficient tak nízko přestože z ostatních výsledků je patrné, že mezi jevy korelace existuje, můžeme vidět v Grafu č. 20, který znázorňuje úspěšnosti v jednotlivých částech testu. Studenti nižších gymnázií dosahují výrazně lepších výsledků v matematické části a řada z nich dosáhla plného počtu bodů. Matematická část testu je pro ně jednoduchá, přes 73 % respondentů dosáhlo úspěšnosti přes 70 %, mapová část pro ně tak snadná není a její úspěšnost má rozložení blíže podobné normálnímu rozdělení. Problémem zde je tudíž horní hranice matematické části testu, která je příliš nízko. Pokud by matematický test umožňoval získat více bodů a byly zde těžší otázky, které by respondenty více rozvrstvily, korelace by se pravděpodobně projevila ve větší míře podobně jako u ostatních vypočtených hodnot.

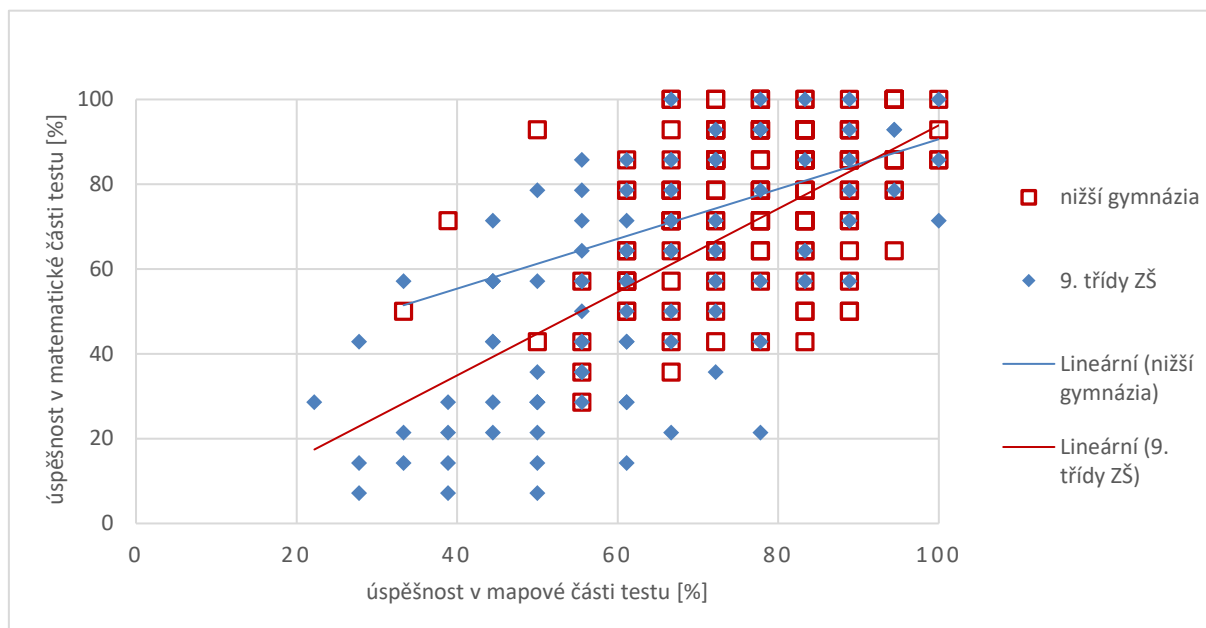
Graf č. 20 – Úspěšnosti studentů nižších gymnázií v jednotlivých částech testu



Zdroj: vlastní zpracování

Korelaci mapových a matematických dovedností podle typu školy, kterou respondent navštěvuje, znázorňuje Graf č. 21.

Graf č. 21 – Korelace úspěšností v matematické a mapové části testu v závislosti na typu školy



Zdroj: vlastní zpracování

5.5 Dovednost aplikovat matematické dovednosti a znalosti při práci s mapami

Práce s mapami vyžaduje využívání matematických principů a postupů. Některé z nich čtenář mapy uplatňuje vědomě a cíleně, jiné automaticky a ani je nepovažuje za matematický proces. Ve chvíli, kdy má čtenář mapy zjistit reálnou vzdálenost mezi městy pomocí mapy, většinou ví, že má použít měřítko a přepočít poměru reálné vzdálenosti od té na mapě. Příklady na práci s měřítkem jsou v hodinách matematiky počítány a trénovány, to, že má student použít matematický výpočet mu bylo jasně ukázáno. To je ale relativně ojedinělý případ. Geografické příklady a ukázky toho, jak aplikovat matematické postupy při práci s mapou se v osnovách matematiky vyskytují minimálně. Je tedy na studentech samých, aby si uvědomili tuto spojitost a v dané úloze na práci s mapou vědomě využili a aplikovali to, co se naučili v matematice. Na otázku, do jaké míry jsou v tomto úspěšní a které z dílčích matematických dovedností jsou schopni lépe aplikovat, se snaží najít odpověď tato podkapitola.

Schopnost aplikovat matematické dovednosti při práci s mapou byla hodnocena na základě závislosti úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí daného

matematického tématu na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu. Závislost byla hodnocena pomocí Wilcoxonova dvouvýběrového testu, který buď zamítl hypotézu nezávislosti jevu a můžeme tedy říci, že jevy na sobě závisí, nebo ji nezamítl.

Z jedenácti hodnocených dílčích matematických dovedností a témat byla hypotéza nezávislosti zamítnuta u devíti (Tabulka č. 15). U devíti sledovaných matematických dovedností tedy byly studenti schopni ji aplikovat při práci s mapami, pokud prokázali její znalost v matematické části testu. Jedinými dvěma matematickými dovednostmi, ve kterých se závislost, a tudíž schopnost je aplikovat, neprokázala, bylo téma *intervalů* a *prostorová představivost, světové strany*.

Tabulka č. 15 – Závislost úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících danou matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu.

Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu _____ nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu.	p-hodnota	rozhodnutí
porovnání hodnot	0,0035	ZAMÍTNUTO
podíl, procenta, porovnání zlomků	2e-06	ZAMÍTNUTO
relativní X absolutní data	0,0006	ZAMÍTNUTO
intervaly	0,0875	NEZAMÍTNUTO
měřítko	1e-10	ZAMÍTNUTO
funkce, přímá úměrnost	0,0007	ZAMÍTNUTO
práce s diagramy	9e-08	ZAMÍTNUTO
rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	0,0493	ZAMÍTNUTO
odhad a měření vzdálenosti	0,0039	ZAMÍTNUTO
porovnání velikostí ploch	0,0043	ZAMÍTNUTO
prostorová představivost, světové strany	0,0783	NEZAMÍTNUTO

Zdroj: vlastní zpracování

Důvodem, proč studenti nebyli úspěšní v aplikaci práce s *intervaly* do map, by mohl být rozdíl v obtížnostech této dovednosti podle toho, jakým způsobem je zadána. Dovednost pracovat s intervaly samostatně v rámci slovní úlohy, jak byla tato dovednost ověřována v matematické části tohoto testu, je přímočará úloha: je jasně zadán interval a pokud student chápe, co to interval je, není tak obtížné rozhodnout, zda konkrétní hodnota do něj spadá nebo ne. V mapových úlohách v sobě práce s intervaly zahrnuje nejčastěji práci s legendou – propojit daný interval s hodnotou v mapě, zorientovat se v barevné škále či šrafech a další dílčí úkony. Samotné zařazení hodnoty do intervalu nebo pochopení pojmu interval a jeho uzavřenosti je jen jeden z dílčích úkolů těchto úloh. Je tedy možné, že studenti dělali chyby i v jiné části celého procesu.

Skutečnost, že se neprokázala závislost úspěšností *prostorové představivosti* v matematických a mapových úlohách je poměrně překvapivá. Souvislost mezi prostorovou představivostí a mapami je v rámci výzkumů mapových dovedností často diskutovaným tématem, což naznačuje v teoretické rovině očekávanou blízkost. Zároveň na rozdíl od jiných zde zkoumaných matematických dovedností bývá prostorová představivost procvičována a zkoušena na práci s mapami a zejména vrstevnicemi i v hodinách matematiky. Důvodem neúspěchu aplikovat prostorovou představivost do map může být jiná podstata této dovednosti: práci se zlomky či diagramy se může student naučit, je mu předložen algoritmus, jak postupovat, který se může naučit a pak opětovně aplikovat. Prostorová představivost se osvojuje mnohem obtížněji a neexistuje pro ni „kuchařka“, nějaký téměř vždy aplikovatelný postup. Je možné, že právě proto nebyli respondenti schopni tuto dovednost aplikovat do map. Toto zjištění je ovšem velmi zajímavé a mohlo by být samostatným předmětem budoucího výzkumu.

Tabulka č. 16 – Závislost úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících danou matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu podle pohlaví.

Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu _____ nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.				
	chlapeři		dívky	
	p-hodnota	rozhodnutí	p-hodnota	rozhodnutí
porovnání hodnot	0,0167	ZAMÍTNUTO	0,0658	NEZAMÍTNUTO
podíl, procenta, porovnání zlomků	0,0004	ZAMÍTNUTO	0,0019	ZAMÍTNUTO
relativní X absolutní data	0,0113	ZAMÍTNUTO	0,4273	NEZAMÍTNUTO
interval	0,3293	NEZAMÍTNUTO	0,1655	NEZAMÍTNUTO
měřítko	7,99e-07	ZAMÍTNUTO	4,8e-05	ZAMÍTNUTO
funkce, přímá úměrnost	0,0190	ZAMÍTNUTO	0,0286	ZAMÍTNUTO
práce s diagramy	0,0008	ZAMÍTNUTO	2,4e-05	ZAMÍTNUTO
rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	0,4020	NEZAMÍTNUTO	0,0910	NEZAMÍTNUTO
odhad a měření vzdálenosti	0,1057	NEZAMÍTNUTO	0,0171	ZAMÍTNUTO
porovnání velikostí ploch	0,2814	NEZAMÍTNUTO	0,0083	ZAMÍTNUTO
prostorová představivost, světové strany	0,1697	NEZAMÍTNUTO	0,3189	NEZAMÍTNUTO

Zdroj: vlastní zpracování

Rozdíly v úspěšnosti aplikovat matematické dovednosti v mapách podle pohlaví a typu navštěvované školy jsou zaznamenány v Tabulkách č. 16 a 17. Na rozdíl od všech respondentů dohromady se u těchto vymezených skupin závislost neprokázala u více matematických dovedností. Úspěšnost aplikovat práci s *interval* se stejně jako u všech respondentů dohromady neprokázala u žádné z podskupin, naopak *prostorovou*

představivost byli žáci 9. tříd schopni aplikovat a nezávislost byla zamítnuta. Je ovšem možné, že tento výsledek je způsoben spíše tím, že více respondentů, co neodpověděli správně na otázky v mapové části ověřující prostorovou představivost zároveň nevyřešili správně tuto dovednost v matematické části testu než že by ti, co v matematické části testu zodpověděli na otázku s prostorovou představivostí správně pak také úspěšněji řešili tyto mapové otázky. Co se týče počtu matematických dovedností, u kterých se prokázala závislost úspěšností, je u chlapců i dívek stejná: 6 z celkových 11. Rozdíl mezi studenty nižších gymnázií a žáků 9. tříd je výraznější: u prvně zmíněných se prokázala závislost úspěšností pouze u jediného tématu, a to *práce s měřítkem*. U žáků 9. tříd to bylo u 8 dovedností: všech kromě *intervalů*, *rovinných útvarů a jejich vzájemné poloze a porovnání velikostí ploch*. Tyto výsledky u studentů nižších gymnázií byly zjištěny pravděpodobně z podobných důvodů, jako nízká korelace mapových a matematických dovedností: jednoduchostí matematické části testu oproti mapové.

Tabulka č. 17 – Závislost úspěšnosti v otázkách v mapovém testu vyžadujících danou matematickou dovednost na úspěšnosti této dovednosti v matematické části testu podle typu navštěvované školy.

Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu _____ nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.				
	studenti nižších gymnázií		žáci 9. tříd ZŠ	
	p-hodnota	rozhodnutí	p-hodnota	rozhodnutí
porovnání hodnot			0,0272	ZAMÍTNUTO
podíl, procenta, porovnání zlomků	0,2984	NEZAMÍTNUTO	0,0010	ZAMÍTNUTO
relativní X absolutní data	0,9194	NEZAMÍTNUTO	0,0012	ZAMÍTNUTO
intervaly			0,3617	NEZAMÍTNUTO
měřítko	0,0206	ZAMÍTNUTO	2,4E-06	ZAMÍTNUTO
funkce, přímá úměrnost	0,3784	NEZAMÍTNUTO	0,0055	ZAMÍTNUTO
práce s diagramy	0,3925	NEZAMÍTNUTO	4,8E-05	ZAMÍTNUTO
rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	0,6468	NEZAMÍTNUTO	0,0992	NEZAMÍTNUTO
odhad a měření vzdálenosti	0,3234	NEZAMÍTNUTO	0,0275	ZAMÍTNUTO
porovnání velikostí ploch	0,0733	NEZAMÍTNUTO	0,4857	NEZAMÍTNUTO
prostorová představivost, světové strany	0,9789	NEZAMÍTNUTO	0,0349	ZAMÍTNUTO

Pozn.: Prázdná políčka v tabulce jsou způsobena stoprocentní úspěšností dané matematické dovednosti v matematické části testu

Zdroj: vlastní zpracování

6 Diskuze výsledků

Výsledky didaktického testu, které byly popsány v předchozí podkapitole, jednoznačně potvrdily vztah matematických a mapových dovedností při práci s tematickými mapami. V této podkapitole budou výsledky diskutovány a porovnány s předchozími výzkumy tohoto fenoménu. Vzhledem k nízkému počtu těchto výzkumů byly brány v potaz i ty studie, které se zabývaly pouze dílčími aspekty matematických dovedností nebo uvažovaly matematické dovednosti alespoň za jeden z faktorů ovlivňujících mapové dovednosti.

Korelaci úspěšnosti práce s tematickými mapami a prostorové představivosti, která je dílčím aspektem matematických dovedností, zkoumal Ishikawa (2016) a podobně jako v této práci se závislost potvrdila. Matematické znalosti a dovednosti uvádí jako možný faktor ovlivňující úroveň mapových dovedností ve svých výzkumech i van Dijk, van der Schee, Trimp, van der Zijpp (1994) a Havelková (2016), kteří tyto proměnné porovnávají na základě výsledků testu mapových dovedností a známky z matematiky. I tyto výzkumy došly k podobnému závěru, že respondenti s lepší známkou z matematiky, tedy předpokládáme lepší úroveň matematických znalostí a dovedností, dosahovali i lepších výsledků v testu mapových dovedností zaměřených na tematické mapy.

Z dílčích mapových dovedností se v této práci i ve výzkumu Ishikawi (2016) ukázala nejsilnější závislost analýzy map na matematických dovednostech/prostorové představivosti, obdobně na známce z matematiky nejvíce závisela analýza map v práci Havelkové (2016). Rozdíl přichází s interpretací map, jejíž závislost se prokázala v tomto výzkumu i práci Havelkové (2016), ovšem Ishikawa (2016) ji ve svých výsledcích odmítá. Důvodem k těmto rozdílným výsledkům by mohlo být zúžení matematických dovedností na pouze prostorovou představivost u Ishikawi (2016), interpretace map tudíž pravděpodobně závisí na jiných dílčích aspektech matematických dovedností, díky čemuž se prokázala korelace s obecně matematickými dovednostmi v této práci.

Kromě samotné korelace daných proměnných tato práce poukázala i na faktory ovlivňující úroveň těchto dovedností. Jedním z nich je pohlaví respondentů, které bývá v podobných výzkumech často uváděno jako možný faktor, který má vliv jak na úroveň mapových dovedností, tak těch matematických. Jaký tento vliv je ovšem není úplně jednoznačné, nebo zda nezávisí i na dalších proměnných jako je např. věk. Mezi výzkumy mapových dovedností najdeme ty, které žádný vliv neprokázaly (van Dijk, van der Schee, Trimp, van der Zijpp 1994), kterým vyšly statisticky významně lepší výsledky u dívek (Mrázková 2013) i ty, kde byli lepší chlapci (Hanus 2012, Havelková 2016, Ooms et al.

2016). U matematických dovedností panuje větší shoda, a sice že chlapci dosahují v matematických dovednostech lepších výsledků než dívky (Benbow, Stanley 1983, Hyde et al. 2008, Voňková 2008) a to nejviditelněji v geometrii či prostorové představivosti (Leahey, Guo 2001, Hunter 2017). Podobně jako u mapových dovedností se i tento faktor mění s věkem – u menších dětí je rozdíl minimální, přibližně od 12-ti let se začíná výrazněji zvětšovat (Leahey, Guo 2001, Voňková 2008). V této práci se prokázala vyšší úspěšnost chlapců v mapové části testu, v matematické části nebyl rozdíl mezi pohlavími signifikantní. Důvodem rozporu oproti výše zmiňovaným výzkumům matematických dovedností je pravděpodobně nízká obtížnost matematického testu v této práci a tím pádem absence prostoru pro rozvrstvení úspěšností.

Na základě výsledků Havelkové (2016), které prokázaly vliv kartografické vyjadřovací metody na úroveň mapových dovedností a respondenti dosahovali lepších výsledků při práci s kartodiagramem než kartogramem, byla i v tomto výzkumu očekávána vyšší úspěšnost v otázkách ověřujících práci s kartodiagramem. Výsledky ovšem ukázaly přesný opak. Důvodem k vyšší úspěšnosti při práci s kartogramem v tomto testu je pravděpodobně jiný typ použitého kartodiagramu. V kartodiagramu v testu Havelkové (2016) nebyly strukturní diagramy velikostně rozlišeny a studenti pracovali pouze s informacemi o procentuálním zastoupení jevů. Práce s hodnotovým měřítkem a zjišťování absolutní hodnoty dané veličiny je pravděpodobně to, co dělalo studentům v tomto testu problémy, a proto dosahovali při práci s kartodiagramem horších výsledků.

Schopnost aplikovat matematické znalosti a dovednosti v mapových otázkách byla v tomto testu hodnocena u 11 dílčích matematických témat a u 9 z nich se tato schopnost statisticky významně prokázala. Toto téma je ovšem zatím na poli didaktiky geografie neprobádané a výsledky tohoto výzkumu není s čím porovnat. Bylo by ale velmi užitečné se tomuto fenoménu v budoucích výzkumech hlouběji věnovat a ověřit, nakolik byly výsledky tohoto výzkumu ovlivněny relativně nízkou obtížností matematického testu. Pravděpodobně kvůli nízké obtížnosti matematického testu vyšel výrazný rozdíl v korelaci matematických a mapových dovedností u studentů nižších gymnázií oproti žákům 9. tříd, je otázka, kolik dalších výsledků tento fakt ovlivnil, aniž by jeho role byla odhalena.

Otázkou také je, jak výsledky výzkumu ovlivnil výběr konkrétních kartografických vyjadřovacích metod a konkrétních map. Plošný součtový kartodiagram, který byl v tomto testu použit, je jedním z mnoha typů kartodiagramů, se kterými se čtenáři map mohou setkat. Tento test byl také z důvodu nutnosti úspory času testování omezen na pouze dvě

kartografické vyjadřovací metody, v budoucích výzkumech by ale bylo zajímavé ověřit korelaci matematických a mapových dovedností u dalších typů map. Vzhledem k využití map pouze kvantitativních vyjadřovacích metod je otázkou, zda se zjištěná korelace nebude u kvalitativních metod výrazně lišit.

Limitujícím prvkem výzkumu je také testovaný vzorek. Výzkumu se zúčastnilo 267 respondentů, což je počet, který lze považovat za statisticky významný, přesto je možné že u rozsáhlejšího vzorku by byly výsledky přesnější. Respondenti tohoto výzkumu byli žáci základních škol a nižších gymnázií ve věku 14-16 let. Věk respondentů byl jako ovlivňující faktor prokázán i v předchozích studiích (Hanus 2012) a je otázka, do jaké míry ovlivňuje korelaci matematických a mapových dovedností. Vzhledem k vyššímu počtu hodin matematiky než zeměpisu během studia na střední škole je pravděpodobné, že jsou u studentů zdokonalovány matematické dovednosti více než ty mapové a bylo by užitečné prozkoumat, zda se tato skutečnost projevuje v korelaci těchto jevů.

Závěr

Cílem této práce bylo zkoumat vztah matematických a mapových dovedností, a to ve dvou rovinách: v teoretické analýzou matematických dovedností a témat, které čtenář mapy musí ovládat, aby s ní dokázal efektivně pracovat; a v empirické testování matematických a mapových dovedností zaměřujících se na tematické mapy u studentů 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Úzkou vazbu mezi matematickými a mapovými dovednostmi ve svých pracích naznačuje mnoho autorů (Wiegand 2016, Muir Cheek 1986, Rasmussen, Winslów 2013), tato práce na ně navazuje a vytvořila systematický přehled konkrétních matematických dovedností a témat, které student při práci s mapou využívá. Tento přehled byl následně porovnán s RVP ZV a RVP G, vybranými ŠVP a často užívanými učebnicemi matematiky a ke každému matematickému tématu byl přiřazen ročník, kdy je nejčastěji vyučován. Tím bylo zjištěno, že všechny nejdůležitější matematické dovednosti, které student k práci s mapou potřebuje, by měl ovládat ještě před ukončením základního vzdělání. Žák opouštějící základní školu by tedy po stránce matematické měl být plně vybaven pro zvládnutí čtení, analýzy a interpretace map.

Na základě těchto výsledků byl sestaven didaktický test plošného testování pro zjištění reálné míry korelace mapových a matematických dovedností studentů a jako testovaný vzorek byli zvoleni právě žáci 9. tříd základních škol. Pro porovnání vlivu typu školy, kterou student navštěvuje, byli mezi respondenty zařazeni i studenti kvart víceletých gymnázií. Test obsahoval otázky ověřující četní, analýzu a interpretaci map dvou kartografických vyjadřovacích metod: kartogramu a kartodiagramu. V matematické části potom úlohy ověřující přesně ty dovednosti, které je při práci s těmito mapami nutné využít.

Výsledky testování potvrdily statisticky významnou korelaci mezi matematickými a mapovými dovednostmi, hodnocenou porovnáním získaného počtu bodů v mapové a matematické části testu. Pearsonův korelační koeficient dosáhl hodnoty 0,656. Míra závislosti jevů byla vyšší u dívek než u chlapců, rozdíl mezi korelačními koeficienty u studentů nižších gymnázií a žáků 9. tříd základních škol byl výrazně větší, u studentů nižších gymnázií vyšla korelace signifikantně nižší.

Práce se také snažila zjistit, zda jsou studenti schopni ty matematické dovednosti, které v matematické části testu prokázaly, že ovládají, aplikovat do práce s mapami a mají

tím pádem správně otázky s mapami, které tuto konkrétní matematickou dovednost využívají. Závislost úspěšností otázek ověřujících konkrétní matematickou dovednost byla hodnocena pomocí Wilcoxonova dvouvýběrového testu a hypotéza nezávislosti byla zamítnuta u devíti z jedenácti sledovaných matematických témat, tzn., že u mapových otázek využívajících tato matematická témata studenti dopadli statisticky významněji lépe, pokud vyřešili správně otázku ověřující tato témata v matematické části testu. Statisticky významná schopnost aplikovat matematickou dovednost v mapovém testu se neprokázala pouze u témat *intervaly* a *prostorová představivost, světové strany*.

Cílem této práce bylo prokázat korelaci matematických a mapových dovedností, což se podařilo, korelační koeficient jasně potvrzuje míru závislosti těchto proměnných. Blíže byla zkoumána schopnost studentů aplikovat naučené matematické dovednosti do práce s mapou, která se u většiny vymezených dovedností prokázala. Z tohoto výsledku vyplývá, že studenti jsou v tomto konkrétním případě schopni využívat znalosti z jednoho předmětu v předmětu jiném a propojovat svoje znalosti.

Tato práce navázala na studie zkoumající mapové dovednosti a faktory, které ovlivňují míru jejich osvojení, konkrétně matematické dovednosti. Tato problematika je ovšem stále ještě málo prozkoumána a do budoucna bude potřeba se jí dále věnovat. Velkým přínosem by v návaznosti na tuto práci mohlo být porovnání korelace matematiky a mapových dovedností v závislosti na kartografické vyjadřovací metodě, zejména rozdílu korelací u kvalitativních a kvantitativních metod; či rozdíl korelací mezi matematickými dovednostmi a prací s tematickými a topografickými mapami.

Použitá literatura:

ANTHAMATTEN, P., BRYANT, L. M. P., FERRUCCI, B. J., JENNINGS, S., THEOBALD, R. (2018): Giant Maps as Pedagogical Tools for Teaching Geography and Mathematics. *The Journal of Geography*, 117, č. 5, s. 183-192.

BENBOW, C. P., STANLEY, J. C. (1983): Sex Differences in Mathematical Ability: More Facts. *Science*, New York. 222. 1029-31.

BUŠEK, I., BOČEK, L., CALDA, E. (1992): Matematika pro gymnázia, základní poznatky z matematiky. Prometheus, Praha, 165 s.

CÍGLER, H. (2016): Měření matematických schopností. Dizertační práce. Masarykova univerzita, Fakulta sociálních studií, Brno, 188 s.

Definice PISA (2003): Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003. ÚIV, Praha.

DORN, R. I. et al. (2005): Learning Geography Promotes Learning Math: Results and Implications of Arizona's GeoMath Grade K-8 Program. *The Journal of Geography*, 104, č. 4, s. 151-159.

DRUMHELLER, S. J. (1968): Conjure Up a Map - A Crucial But Much Neglected Skill. *Journal of Geography*, 67, č. 3, s. 140-146.

HANUS, M. (2012): Mapové dovednosti českých žáků: porovnání různých věkových skupin. Disertační práce. Univerzita Karlova v Praze, Přírodovědecká fakulta, Praha, 139 s.

HANUS, M., MARADA, M. (2014): Mapové dovednosti: vymezení a výzkum. *Geografie*, 119, č. 4, s. 406-422.

HARTL, P. (2004): Stručný psychologický slovník. Portál, Praha, 311 s.

HAVELKOVÁ, L. (2014): Rozvoj mapových dovedností v dějepisu, matematice a biologii. Bakalářská práce, Univerzita Karlova v Praze, Přírodovědecká fakulta, Praha, 103 s.

HAVELKOVÁ, L., HANUS, M. (2015): Rozvoj mapových dovedností ve výuce matematiky. *Geografické rozhledy*, 24, č. 3, s. 15-17.

HAVELKOVÁ, L. (2016): Vliv kartografické vyjadřovací metody na úroveň mapových dovedností žáků. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze, Přírodovědecká fakulta, Praha, 141 s.

HAVELKOVÁ, L. (2017): Rozumějí žáci kartogramu a kartodiagramu? *Geografické rozhledy*, 27, č. 2, s. 24-27.

- HEJNÝ, M. (1990): Teória vyučovania matematiky 2. Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 554 s.
- HENDL, J. (2012): Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat. Portál, Praha, 736 s.
- HOJOVEC, V., DANIŠ, M., HÁJEK, M., VEVERKA, B. (1987): Kartografie. GKP, Praha, 660 s.
- HYDE, J. S., LINDBERG, S. M., LINN, M. C., ELLIS, A. B., WILLIAMS, C. C. (2008): Gender Similarities Characterize Math Performance. Science, New York. 321. 494-5.
- CHRÁSKA, M. (2007): Metody pedagogického výzkumu. Grada Publishing, Praha, 272 s.
- ISHIKAWA, T. (2016): Spatial Thinking in Geographic Information Science: Students' Geospatial Conceptions, Map-Based Reasoning and Spatial Visualization Ability. Annals of the Association of American Geographers, 106, č. 1, s. 76-95.
- JADALLAH, M., HUND, A. M., THAYN, J. B., STUDEBAKER, J. G., ROMAN, Z., KIRBY, E. M. (2017): Integrating Geospatial Technologies in Fifth Grade Curriculum: Impact on Spatial Ability and Map Analysis Skills. Journal of Geography, 117, č. 2, s. 1-3.
- KAŇOK, J. (1999): Tematická kartografie. Ostravská univerzita, Ostrava, 318 s.
- KELLEROVÁ, L. (2013): Metodika výzkumu v cestovním ruchu. Metodický text k zájmovému studentskému semináři projektu „Výzkum Vývoj Vysočina“. Univerzita palackého, Olomouc.
- LEAHEY, E., GUO, G. (2001): Gender Differences in Mathematical Trajectories. Oxford University Press, Social Forces, 80, č. 2, s. 713-732.
- LEIPERTOVÁ, G. (2012): Mezioborový vztah kartografie a matematiky ve výuce na gymnáziu. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze, Přírodovědecká fakulta, Praha. 119 s.
- LIBEN, L. S., MYERS, L. J., CHRISTENSEN, A. E., BOWER, C. A. (2013): Environmental-scale map use in middle childhood: links to spatial skills, strategies, and gender. Child development, 84, č. 6, s. 2047–2063.
- LINDEROVÁ, I., SCHOLZ, P., MUNDUCH, M. (2016): Úvod do metodiky výzkumu. Učební text, Vysoká škola polytechnická Jihlava, Jihlava, 62 s.
- MACEACHREN, A. M. (2004): How maps work: representation, visualization, and design. The Guilford Press, New York, 513 s.

MRÁZKOVÁ, K. (2010): Kartografické dovednosti v RVP ZV a amerických standardech geografického vzdělávání. In: Najvarová, V., Knecht, P. (eds): Bulletin Institutu výzkumu školního vzdělávání, PdF MU, Brno, s. 54–58.

MRÁZKOVÁ, K. (2011): Kartografické dovednosti ve výuce zeměpisu: teoretický model a výsledky výzkumného šetření. In Janík, T., Najvar, P., Kubiátko, M. et al. (eds.): Kvalita kurikula a výuky: výzkumné přístupy a nástroje. Masarykova univerzita, Brno, s. 195-207.

MRÁZKOVÁ, K. (2013): Kartografické dovednosti ve výuce zeměpisu. Disertační práce. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta, Brno, 152 s.

MUIR, S. P., CHEEK, H. N. (1986): Mathematics and the Map Skill Curriculum. School Science and Mathematics, 86, č. 4, s. 284-291.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (1999): Matematika (1) pro 6. ročník základní školy: Opakování z aritmetiky a geometrie. Prometheus, Praha, 80 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (1999): Matematika (2) pro 6. ročník základní školy: Desetinná čísla, dělitelnost. Prometheus, Praha, 88 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (1998): Matematika (1) pro 7. ročník základní školy: Zlomky, celá čísla, racionální čísla. Prometheus, Praha, 88 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (1998): Matematika (2) pro 7. ročník základní školy: Poměr, přímá a nepřímá úměrnost, procenta. Prometheus, Praha, 84 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (2000): Matematika (1) pro 8. ročník základní školy: Mocniny a odmocniny, Pythagorova věta, výrazy. Prometheus, Praha, 95 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (2000): Matematika (2) pro 8. ročník základní školy: Lineární rovnice, základy statistiky. Prometheus, Praha, 71 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (2000): Matematika (2) pro 9. ročník základní školy: Funkce, podobnost, goniometrické funkce. Prometheus, Praha, 91 s.

OOMS, K. et l. (2016): Education in cartography: what is the status of young people's mapreading skills?. Cartography and Geographic Information Science, 43, č. 2, s. 134-153.

ORMELING, F. (1996): Teaching map use concepts to children. In: Proceedings of the ICA seminar on cognitive map, children and education in cartography, Gifu.

RASMUSSEN, K., WINSLØW, C. (2013): Didactic Codetermination in the Creation of an Integrated Math and Science Teacher Education: The Case of Mathematics and Geography. Working paper, Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CREME 8), 10 s.

REICHEL, J. (2009): Kapitoly metodologie sociálních výzkumů. Grada Publishing, Praha, 192 s.

RITTSCHOF, K. A., GRIFFIN, M. M., CUSTER, W. L. (1998): Learner differences affecting schemata for thematic maps. *International Journal of Instructional Media*, 25, č. 2, s. 179-198.

ŘEZNÍČKOVÁ, D. (2003): Geografické dovednosti, jejich specifikace a kategorizace. *Geografie*, 108, č. 2, s. 146-163.

ŘÍČAN, P. (1964): Matematické schopnosti. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 9, č. 6, s. 361-369.

ŘÍČAN, P. (2010): Psychologie osobnosti: obor v pohybu. Grada, Praha, s. 208.

SANDFORD, H. A. (1986): Atlases and Mapwork. In Boardman, D. (ed): *Handbook for Geography teachers*. The Geographical Association, Sheffield, s. 139-144.

TROCHTOVÁ, V. (2011): Cesty ke zvyšování funkční gramotnosti dospělých. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Filozofická fakulta, Brno. 78 s.

UTTAL, D. H. (2000): Seeing the Big Picture: Map Use and the Development of Spatial Cognition. *Developmental Science*, 3, č. 3, s. 247-264.

VAN DER SCHEE, J. (1987): *Kijp op kaarten*. Disertační práce. Vrije Universiteit, Amsterdam.

VAN DIJK, H., VAN DER SCHEE, J., TRIMP, H., VAN DER ZIJPP, T. (1994): Map skills and geographical knowledge. *International Research in Geographical and Environmental Education*, 3, č. 1, s. 68–80.

VEVERKA, B. (1995): Topografická a tematická kartografie. Vydavatelství ČVUT, Praha, 202 s.

VOŇKOVÁ (2008): Vliv vybraných faktorů na matematickou gramotnost žáků v zemích střední Evropy. Disertační práce. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, Praha. 198 s.

VOŽENÍLEK, V. (1999): Aplikovaná kartografie I: tematické mapy. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 169 s.

WIEGAND, P. (2006): *Learning and teaching with maps*. Routledge, New York, 176 s.

Internetové zdroje:

GAVORA, P. a kol. (2010): Elektronická učebnica pedagogického výskumu. Univerzita Komenského, Bratislava. [online] [cit. 2019-02-28].

Dostupné z: <http://www.e-metodologia.fedu.uniba.sk/>

HUNTER, K. (2017): Gender Differences in Math Ability: What's the Science Say?

[online] [cit. 2019-03-17].

Dostupné z: <https://www.etr.org/blog/gender-differences-in-math-ability/>

Výzkumný ústav pedagogický (2011): Gramotnosti ve vzdělávání. Soubor studií. 1. vydání.

Výzkumný ústav pedagogický, Praha, 98 s. [online] [cit. 2017-05-03]. Dostupné z:

http://www.vuppraha.cz/wpcontent/uploads/2011/06/Gramotnosti_ve_vzdelavani_soubor_studiu1.pdf

Gymnázium Benešov: Školní vzdělávací program. In: Gymnázium Benešov, 2016. [online]

[cit. 2018-11-13]. Dostupné z: <http://www.gbn.cz/pro-verejnost/dokumenty-skoly/svp>

Gymnázium Olomouc - Hejčín: Školní vzdělávací program. In: Gymnázium Olomouc – Hejčín, 2009. [online] [cit. 2018-11-13].

Dostupné z: <https://www.gytool.cz/o-skole/skolni-vzdelavaci-program>

Terminologický slovník zeměměřičství a katastru nemovitostí: analýza mapy. ©2005.

[online] [cit. 2018-10-18]. Dostupné z:

http://www.vugtk.cz/slovník/termin.php?jazykova_verze=&tid=4468&l=analýza-mapy

Základní škola Bystřice: Školní vzdělávací program. In: Základní škola Bystřice, 2017.

[online] [cit. 2018-11-13].

Dostupné z: <http://www.zsbystricebn.cz/skola/dokumenty-ke-stazeni/>

Základní škola a Mateřská škola Kotlářská: Školní vzdělávací program. In: ZŠ a MŠ

Kotlářská, 2018. [online] [cit. 2018-11-13].

Dostupné z: <http://www.kotlarska.cz/skolni-vzdelavaci-program/>

Základní škola Jeseninova: Školní vzdělávací program. In: ZŠ Jeseninova, 2013. [online]

[cit. 2018-11-13]. Dostupné z: <http://zsjeseniova.cz/dokumenty/>

Základní škola Vrchlického Šumperk: Školní vzdělávací program. In: Základní škola Vrchlického Šumperk, 2017. [online] [cit. 2018-11-13].

Dostupné z: <http://www.5zssumperk.cz>

Seznam příloh:

Příloha č. 1 – Systematizace matematických dovedností využívaných při práci s mapami do tematických celků podle RVP ZV	- 92 -
Příloha č. 2 – Systematizace matematických dovedností využívaných při práci s mapami to tematických celků podle RVP G	- 93 -
Příloha č. 3 – Matematické dovednosti u metody liniových znaků původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)	- 94 -
Příloha č. 4 – Matematické dovednosti u metody plošných znaků původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)	- 95 -
Příloha č. 5 – Matematické dovednosti u metody kartogramu původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)	- 96 -
Příloha č. 6 – Matematické dovednosti u metody kartodiagramu původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)	- 97 -
Příloha č. 7 – Matematické dovednosti u metody kartogramu v upraveném testu.....	- 98 -
Příloha č. 8 – Matematické dovednosti u metody kartodiagramu v upraveném testu.....	- 99 -
Příloha č. 9 – Matematické dovednosti ověřované v otázkách matematické části testu	- 100 -
Příloha č. 10 – Didaktický test	- 101 -
Příloha č. 11 – Odpovědní arch	- 104 -
Příloha č. 12 – Testované nulové hypotézy a výsledek jejich statistického ověřování ..	- 105 -

Přílohy:

Příloha č. 1 – Systematizace matematických dovedností využívaných při práci s mapami do tematických celků podle RVP ZV

	Matematická dovednost, téma	Očekávaný výstup RVP ZV	Učivo v RVP ZV	Ročník vyučování na ZŠ
ČÍSLO, ČÍSELNÉ OPERACE A PROMĚNNÁ	<i>Porovnání hodnot, uspořádání</i>	M-3-1-03 žák užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose	zápis čísla a jeho znázornění na číselné ose	1 - 2. třída
	<i>Intervaly¹</i>	M-3-1-02 žák čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti M-3-1-03 žák užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose	přirozená čísla, znázornění čísla na číselné ose	6. třída
	<i>Zlomky, porovnání zlomků</i>	M-9-1-04 žák užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)	desetinná čísla, zlomky	7. třída
	<i>Poměr, měřítko, trojčlenka</i>	M-9-1-05 žák řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů	poměr – měřítko, úměra, trojčlenka	7. třída
	<i>Podíl, procenta, relativní četnost</i>	M-9-1-04 žák užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)	procenta	7 - 8. třída
ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY	<i>Závislosti, vztahy</i>	M-3-2-02 žák popisuje jednoduché závislosti z praktického života	závislosti a jejich vlastnosti	1 - 3. třída
	<i>Pravoúhlá soustava souřadnic</i>		pravoúhlá soustava souřadnic	7. třída
	<i>Přímá úměrnost</i>	M-9-2-03 žák určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti	funkce – přímá úměrnost, nepřímá úměrnost	7. třída
	<i>Četnost, relativní četnost</i>	M-9-2-01 žák vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data	četnost	8. třída
	<i>Základy statistiky, práce s diagramy</i>	M-5-2-02 žák čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy M-9-2-02 žák porovnává soubory dat	Závislosti a data - diagramy	8. třída
GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU	<i>Rozlišení geometrických tvarů a vzorů</i>	M-3-3-01 žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci	základní útvary v rovině	1. třída

¹ Přímý pojem *interval* se v RVP ZV nevyskytuje, ale v rámci analyzovaných ŠVP a učebnic je práce s intervaly na přirozených, případně celých nebo racionálních číslech a číselnou osou řazena právě do tohoto tematického okruhu a ročníku

	<i>Vzdálenosti, délky přímek</i>	M-3-3-02 žák porovnává velikosti útvarů, měří a odhaduje délku úsečky	délka úsečky	2 - 3. třída
	<i>Jednotky délky, převody jednotek</i>		délka úsečky; jednotky délky a jejich převody	6. třída
	<i>Rovinné útvary, jejich vlastnosti a vzájemné polohy</i>	M-3-3-02 žák porovnává velikosti útvarů, měří a odhaduje délku úsečky	základní útvary v rovině – lomená čára, přímka, polopřímka, kružnice, vzájemná poloha přímek v rovině	3. třída
	<i>Práce s pravítkem, úhloměrem a kružítkem</i>	M-5-3-01 žák narýsuje a znázorní základní rovinné útvary		4. třída
	<i>Porovnání velikostí ploch</i>	M-9-3-04 žák odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů	<i>Rovinné útvary</i>	4. třída
	<i>Úhel, stupně</i>	M-9-3-03 žák určuje velikost úhlu měřením a výpočtem	Rovinné útvary – úhel	6. třída
NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY	<i>Prostorová představivost</i>		prostorová představivost	5 – 6. třída

Zdroj: vlastní zpracování

Příloha č. 2 – Systematizace matematických dovedností využívaných při práci s mapami to tematických celků podle RVP G

	Matematická dovednost, téma znalostí	Očekávaný výstup RVP G	Učivo v RVP G	Ročník vyučování na gymnáziu
ARGUMENTACE A OVĚŘOVÁNÍ	<i>Množiny, podmnožiny</i>		množiny	1. ročník
ČÍSLO A PROMĚNNÁ	<i>Intervaly</i>	Žák operuje s intervaly, aplikuje geometrický význam absolutní hodnoty		1. ročník
PRÁCE S DATY, KOMBINATORIKA, PRAVDĚPODOBNOST	<i>Spojitosť jevu, absolutní a relativní data, statistické zpracování dat</i>	Žák volí a užívá vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat (využívá výpočetní techniku)	práce s daty – analýza a zpracování dat v různých reprezentacích, statistický soubor a jeho charakteristiky	3 – 4. ročník
ZÁVISLOSTI A FUNKČNÍ VZTAHY	<i>Aritmetická posloupnost</i>	Žák řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkcích a posloupnostech	aritmetická posloupnost	3. – 4. ročník
GEOMETRIE	<i>Goniometrické funkce, převody stupňů a radiánů</i>			2 – 3. ročník

Zdroj: vlastní zpracování

Příloha č. 3 – Matematické dovednosti u metody liniových znaků původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)

Čtení:				
ANO x NE	Krajským městem Chyslav nevede dálnice.			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Více než 20 % obyvatel města Virovice dojíždí za prací do města Ležno.	intervaly		
ANO x NE	Krajem Ležno vedou dvě dálnice a dva železniční koridory.			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Z města Borenc obyvatele nedojíždějí za prací do jiných měst.			
Analýza:				
ANO x NE	Z města Plšduby do města Gabrná vede úsek dálnice kratší než 50 kilometrů.	měřítko	odhad a měření vzdálenosti	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Strálie s Mulastánem jsou propojeny dálnicí vedoucí souběžně se západním pobřežím Azurového moře.		prostorová představivost, světové strany	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Ze všech krajských měst dojíždí za prací více než 10 % obyvatel pouze do měst vzdálených méně než 75 kilometrů.	intervaly	měřítko	odhad a měření vzdálenosti
ANO x NE	Všechna krajská města v krajích sousedících se Strálií jsou propojena dálnicí.			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
Interpretace:				
ANO x NE	Do Ležna nedojíždí ani jeden obyvateľ Gabrné.	intervaly		
ANO x NE	I přes dobré dopravní spojení mezi Soldenem a Plšduby nedojíždí do práce do Plšdub více než 18 % obyvatel města Solden.	intervaly		rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Nejvíce obyvatel dojíždí za prací do ostatních krajských měst z krajského města Koňov.	podíl, procenta, porovnání zlomků	relativní X absolutní data	porovnání hodnot
ANO x NE	Jediná dvě města, mezi kterými více než 10 % obyvatel dojíždí za prací oběma dvěma směry, jsou města Ležno a Virovice, přestože nejsou propojeny přímým železničním koridorem.	intervaly		rovinné útvary a jejich vzájemná poloha

Zdroj: vlastní zpracování; úlohy převzaty z Havelkové (2016)

Příloha č. 4 – Matematické dovednosti u metody plošných znaků původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)

Čtení:				
ANO x NE	Oblast chladného vlhkého podnebí je na mapě znázorněna odstínem zelené.			
ANO x NE	V kraji Borenc převažuje teplé suché podnebí.	porovnání velikostí ploch		
ANO x NE	Kraj Ležno leží ve třech podnebných oblastech: mírně teplá vlhká, teplá suchá a teplá vlhká.			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Krajské město Koňov spadá do mírně teplé vlhké oblasti.			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
Analýza:				
ANO x NE	Oblast teplého suchého podnebí se rozkládá v Engoře pouze na severovýchodu.			prostorová představivost, světové strany
ANO x NE	Pobřeží Azurového moře mezi městy Virovice a Ležno lemují přibližně 25 kilometrů široký teplý vlhký podnebný pás.	měřítko	odhad a měření vzdálenosti	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Pás charakterizující mírně teplé mírně vlhké podnebí má od severu k jihu západovýchodní průběh.			prostorová představivost, světové strany
ANO x NE	V krajích sousedících s Goránem a Mulastánem nalezneme všechny na mapě klasifikované podnebné oblasti.			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
Interpretace:				
ANO x NE	V Engoře se obecně snižuje průměrný úhrn srážek od západu k východu.			prostorová představivost, světové strany
ANO x NE	Na jihu Engory jsou pěstovány pouze teplomilné plodiny, které vyhovují zde se rozkládajícím podnebným oblastem.			
ANO x NE	Každý den v roce je ve městech Plšduby, Borenc a Chyslav stejné počasí.			
ANO x NE	Z pohledu podnebných oblastí má pro zimní cestovní ruch největší potenciál severní výběžek kraje Koňov a vnitrozemská oblast rozkládající se přibližně uprostřed území Engory.			prostorová představivost, světové strany

Zdroj: vlastní zpracování; úlohy převzaty z Havelkové (2016)

Příloha č. 5 – Matematické dovednosti u metody kartogramu původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)

Čtení:					
ANO x NE	Dva kraje s nejnižším podílem věřících jsou Plšduby a Solden.	interval	procenta, podíl, porovnání zlomků	porovnání hodnot	
ANO x NE	Nejširší interval, do kterého spadají pouze 2 kraje, je na mapě znázorněn nejsvětější barvou.	interval			
ANO x NE	V krajích Borenc, Ležno a Virovice je podíl věřících mezi 50,5 a 59,5 procenty.	interval			
ANO x NE	Většina krajů má více než polovinu obyvatel věřících.	interval	procenta, podíl, porovnání zlomků	porovnání hodnot	
Analýza:					
ANO x NE	V krajích při hranici s Goránem je podíl věřících velmi rozdílný. Rozdíl mezi jednotlivými kraji dosahuje i více než 30 %.	interval	podíl, procenta, porovnání zlomků	porovnání hodnot	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Vzdálenost mezi krajskými městy krajů s nejnižším podílem věřících je menší než 140 kilometrů.	interval	porovnání hodnot	měřítko	odhad a měření vzdálenosti
ANO x NE	Všechny kraje sousedí s alespoň jedním krajem nejpočetněji zastoupené kategorie.	interval			rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
ANO x NE	Podíl věřících v krajích při severní hranici Engory stoupá od východu k západu. Výjimkou je kraj Virovice.	interval	porovnání hodnot		prostorová představivost, světové strany
Interpretace:					
ANO x NE	Nejmenší počet věřících obyvatel je v krajích Solden a Plšduby. Největší počet věřících obyvatel je naopak v krajích Gabrná a Chyslav.	porovnání hodnot	relativní X absolutní data		
ANO x NE	Největší rozdíl v podílu věřících je mezi městy Chyslav, Gabrná x městy Solden, Plšduby.				
ANO x NE	Ve východní polovině území Engory je alespoň každý druhý obyvatel věřící.	interval	podíl, procenta, porovnání zlomků		prostorová představivost, světové strany
ANO x NE	Ze sousedních států má nejnižší podíl věřících Řepsko vzhledem k nízkému podílu věřících v hraničních krajích Engory.				

Zdroj: vlastní zpracování; úlohy převzaty z Havelkové (2016)

Příloha č. 6 – Matematické dovednosti u metody kartodiagramu původního testu matematických dovedností Havelkové (2016)

Čtení:						
ANO x NE	Ani v jednom kraji nejsou zastoupeny všechny v mapě rozlišované druhy stromů.	práce s diagramy				
ANO x NE	V kraji Virovice převažují v lesích borovice.	práce s diagramy	porovnání hodnot	podíl, procenta, porovnání zlomků		
ANO x NE	Jehličnaté stromy jsou v mapě znázorněny odstíny zelené.					
ANO x NE	V kraji Ležno mají třetí nejvyšší zastoupení v lesích duby.	práce s diagramy	porovnání hodnot			
Analýza:						
ANO x NE	V kraji, v němž se nachází nejjižnější bod Engory, se v lesích vyskytují především borovice a jedle.	práce s diagramy	porovnání hodnot	prostorová představivost, světové strany		
ANO x NE	V krajích při pobřeží Azurového moře rostou v lesích převážně borovice.	práce s diagramy	porovnání hodnot	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha		
ANO x NE	V krajích sousedících s Řepskem mají druhé nejvyšší zastoupení v lesích duby.	práce s diagramy	porovnání hodnot	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha		
ANO x NE	Ve všech krajích na severu Engory má jedle čtvrté či nižší relativní zastoupení v lesích.	práce s diagramy	porovnání hodnot	prostorová představivost, světové strany		
Interpretace:						
ANO x NE	V parcích a zahradách na území Engory rostou pouze dva druhy listnatých stromů: buk a dub.					
ANO x NE	Rovnoměrné zastoupení druhů stromů v lesích je v kraji Chyslav, naopak v krajích sousedících s Goránem a Mulastánem mají v lesích více než 60% zastoupení vždy pouze dva druhy stromů.	práce s diagramy	porovnání hodnot	podíl, procenta, porovnání zlomků	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	
ANO x NE	V krajích při severní hranici Engory rostou duby na větší ploše než v krajích při jižní hranici.	práce s diagramy	porovnání velikostí ploch	prostorová představivost, světové strany	funkce, přímá úměrnost	relativní X absolutní data
ANO x NE	Ve městech Plšduby, Gabrná a Ležno je minimálně každý třetí strom jedle.					

Zdroj: vlastní zpracování; úlohy převzaty z Havelkové (2016)

Příloha č. 7 – Matematické dovednosti u metody kartogramu v upraveném testu

Číslo otázky	Čtení:					
1 I.	CHYSLAV A GABRNÁ x SOLDEN A PLŠDUBY x SOLDEN A AČPERK	Dva kraje s nejnižším podílem věřících jsou:	intervaly	podíl, procenta, porovnání zlomků	porovnání hodnot	
1 II.	ANO x NE x NELZE ROZHODNOUT	V krajích Borenc, Ležno a Virovice je podíl věřících mezi 50,5 a 59,5 procenty.	intervaly			
1 III.	3 x 5 x 7	Kolik krajů má více než polovinu obyvatel věřících?	intervaly	podíl, procenta, porovnání zlomků	porovnání hodnot	
	Analýza:					
1 IV.	ŘEPSKEM x GORÁNEM x MULASTÁNEM	V krajích při hranici s ... je podíl věřících velmi rozdílný. Rozdíl mezi jednotlivými kraji dosahuje i více než 30 %.	intervaly	podíl, procenta, porovnání zlomků	porovnání hodnot	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha
1 V.	30 x 70 x 95	Vzdálenost mezi krajskými městy krajů s nejnižším podílem věřících je přibližně ... kilometrů.	intervaly	měřítko	odhad a měření vzdálenosti	porovnání hodnot
1 VI.	ZÁPADĚ, SEVERU x ZÁPADĚ, VÝCHODĚ x VÝCHODĚ, ZÁPADĚ	Podíl věřících v krajích na ... Engory je vyšší než na ... Engory.	intervaly	porovnání hodnot	prostorová představivost, světové strany	
	Interpretace:					
1 VII.	ANO x NE x NELZE ROZHODNOUT	Většina věřících obyvatel Engory bydlí v krajích Chyslav a Gabrná.	relativní X absolutní data			
1 VIII.	MÉNĚ NEŽ POLOVINA x VÍCE NEŽ POLOVINA x NELZE ROZHODNOUT	Ve východní polovině území Engory je ... obyvatel věřících.	intervaly	podíl, procenta, porovnání zlomků	prostorová představivost, světové strany	
1 IX.	ANO x NE x NELZE ROZHODNOUT	Ze sousedních států má nejnižší podíl věřících Řepsko vzhledem k nízkému podílu věřících v hraničních krajích Engory.				

Zdroj: vlastní zpracování; úlohy převzaty z Havelkové (2016)

Příloha č. 8 – Matematické dovednosti u metody kartodiagramu v upraveném testu

Číslo otázky	Čtení:							
2 I.	BOROVICE x JEDLE x BUK	V kraji Virovice převažují v lesích ...	práce s diagramy	porovnání hodnot	podíl, procenta, porovnání zlomků			
2 II.	400 x 800 x 1200	V kraji Ležno se rozkládají lesy přibližně na ploše ... km ² .	práce s diagramy	funkce, přímá úměrnost	relativní X absolutní data			
2 III.	SMRKY x DUBY x BOROVICE	V kraji Plšduby mají třetí nejvyšší zastoupení v lesích ...	práce s diagramy	porovnání hodnot				
	Analýza:							
2 IV.	AČPERK x SOLDEN x KOŇOV	Největší podíl na ploše kraje zabírají lesy v kraji ...	práce s diagramy	porovnání velikostí ploch	funkce, přímá úměrnost	relativní X absolutní data	podíl, procenta, porovnání zlomků	měřítko
2 V.	20 x 45 x 75	Nejkratší vzdálenost od hranic Strálie do kraje, kde se nacházejí pouze listnaté lesy, je přibližně ... km	práce s diagramy	měřítko	odhad a měření vzdálenosti	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha		
2 VI.	SEVERU x ZÁPADĚ x JIHU	Ve všech krajích na ... Engory má jedle třetí či nižší relativní zastoupení v lesích.	práce s diagramy	porovnání hodnot	prostorová představivost, světové strany			
	Interpretace:							
2 VII.	AČPERK x CHYSLAV x NELZE ROZHODNOUT	Z pohledu druhové skladby jsou v průměru nejrozmanitější a nejvyváženější lesy v kraji ...	práce s diagramy	porovnání hodnot	podíl, procenta, porovnání zlomků			
2 VIII.	ANO x NE x NELZE ROZHODNOUT	V krajích při severní hranici Engory rostou duby na větší ploše než v krajích při jižní hranici.	práce s diagramy	porovnání velikostí ploch	relativní X absolutní data	funkce, přímá úměrnost	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	prostorová představivost, světové strany
2 IX.	DUB x JEDLE x NELZE ROZHODNOUT	Ve městech Plšduby a Ležno je minimálně každý třetí strom ...						

Zdroj: vlastní zpracování; úlohy převzaty z Havelkové (2016)

Příloha č. 9 – Matematické dovednosti ověřované v otázkách matematické části testu

Číslo otázky			
3 a)	porovnání hodnot	intervaly	
3 b)	porovnání hodnot	intervaly	
3 c)	porovnání hodnot	intervaly	
4 a)	porovnání hodnot		
4 b)	porovnání hodnot	relativní X absolutní data	
4 c)	porovnání hodnot	relativní X absolutní data	
5 a)	podíl, procenta, porovnání zlomků		
5 b)	práce s diagramy		
6 a)	podíl, procenta, porovnání zlomků		
6 b)	podíl, procenta, porovnání zlomků		
6 c)	podíl, procenta, porovnání zlomků		
7 a)	měřítko	funkce, přímá úměrnost	
7 b)	měřítko	odhad a měření vzdálenosti	
8 a)	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	prostorová představivost, světové strany	odhad a měření vzdálenosti
8 b)	rovinné útvary a jejich vzájemná poloha	prostorová představivost, světové strany	odhad a měření vzdálenosti
8 c)	porovnání velikostí ploch		
8 d)	funkce, přímá úměrnost	porovnání velikostí ploch	

Zdroj: vlastní zpracování

Jste úspěšnější čtenáři map nebo řešitelé matematických úloh?

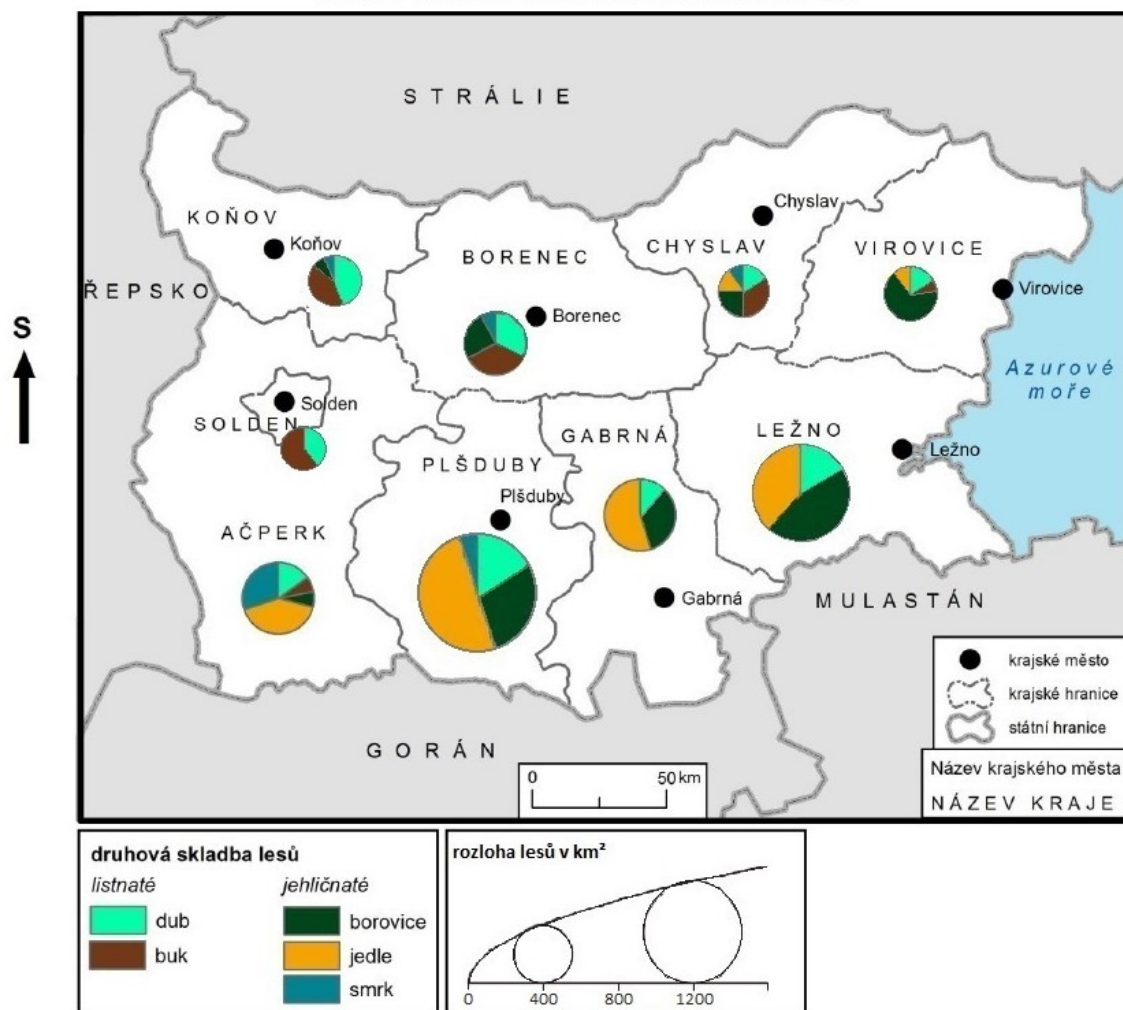
Test mapových a matematických dovedností
TOTO JE POUZE ZADÁNÍ, NEPIŠTE DO NĚJ PROSÍM!
SVÉ ODPOVĚDI NAPIŠTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU



1. U každého tvrzení vyberte **pouze na základě informací obsažených v mapě** správnou odpověď.

I. Dva kraje s nejnižším podílem věřících jsou:	a) CHYSLAV A GABRNÁ b) SOLDEN A PLŠDUBY c) SOLDEN A AČPERK
II. Který z těchto krajů spadá do nejširšího intervalu podílu věřících?	a) KOŇOV b) PLŠDUBY c) GABRNÁ
III. Kolik krajů má více než polovinu obyvatel věřících?	a) 3 b) 5 c) 7
IV. V krajích při hranici s ... je podíl věřících velmi rozdílný. Rozdíl mezi jednotlivými kraji dosahuje i více než 30 %.	a) ŘEPSKEM b) GORÁNEM c) MULASTÁNEM
V. Vzdálenost mezi <u>krajskými městy</u> krajů s nejnižším podílem věřících je přibližně ... kilometrů.	a) 30 b) 65 c) 95
VI. Podíl věřících v krajích na ... Engory je vyšší než na ... Engory.	a) ZÁPADĚ, SEVERU b) ZÁPADĚ, VÝCHODĚ c) VÝCHODĚ, ZÁPADĚ
VII. Většina věřících obyvatel Engory bydlí v krajích Chyslav a Gabrná.	a) ANO b) NE c) NELZE ROZHODNOUT
VIII. Ve východní polovině území Engory je ... obyvatel věřících.	a) MÉNĚ NEŽ POLOVINA b) VÍCE NEŽ POLOVINA c) NELZE ROZHODNOUT
IX. Ze sousedních států má nejnižší podíl věřících Řepsko vzhledem k nízkému podílu věřících v hraničních krajích Engory.	a) ANO b) NE c) NELZE ROZHODNOUT

DRUHOVÁ SKLADBA LESŮ V KRAJÍCH ENGORY



2. U každého tvrzení vyberte **pouze na základě informací obsažených v mapě** správnou odpověď.

I. V kraji Virovice převažují v lesích ...	a) BOROVICE b) JEDLE c) BUK
II. V kraji Ležno se rozkládají lesy přibližně na ploše ... km².	a) 400 b) 800 c) 1200
III. V kraji Plšduby mají třetí nejvyšší zastoupení v lesích ...	a) SMRKY b) DUBY c) BOROVICE
IV. Největší podíl na ploše kraje zabírají lesy v kraji ...	a) AČPERK b) SOLDEN c) KOŇOV
V. Nejkratší vzdálenost od hranic Strálie do kraje, kde se nacházejí pouze listnaté lesy, je přibližně ... km	a) 20 b) 40 c) 75
VI. Ve všech krajích na ... Engory má jedle třetí či nižší relativní zastoupení v lesích.	a) SEVERU b) ZÁPADĚ c) JIHU
VII. Z pohledu druhové skladby jsou v průměru nejrozmanitější a nejvyváženější lesy v kraji ...	a) AČPERK b) CHYSLAV c) NELZE ROZHODNOUT
VIII. V krajích při severní hranici Engory rostou duby na větší ploše než v krajích při jižní hranici.	a) ANO b) NE c) NELZE ROZHODNOUT
IX. Ve městech Plšduby a Ležno je minimálně každý třetí strom ...	a) DUB b) JEDLE c) NELZE ROZHODNOUT

3. Sára si chce koupit šaty na ples. Pokud by si koupila krátké, nechce za ně zaplatit víc než 1 200 Kč, ale levnější než 800 Kč taky nechce, protože by byly nekvalitní. Pokud by si koupila dlouhé, za ty by byla ochotná dát až 2 100 Kč, ale ne méně než 1 300 Kč. U následujících šatů rozhodni, jestli splňují Sářiny podmínky a mohla by si je koupit:

- | | |
|--|----------|
| a) Krátké šaty stojící 950 Kč. | ANO x NE |
| b) Dlouhé šaty stojící 2 110 Kč. | ANO x NE |
| c) Krátké a dlouhé šaty dohromady stojící 2 000 Kč | ANO x NE |

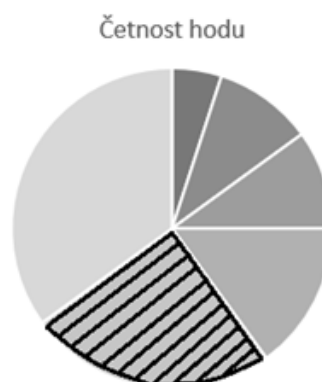
4. Na koncert Ezekiela Roota přišlo v Plšdubech, které mají 50 000 obyvatel, 2 500 lidí. Stejně množství lidí, tedy 2 500, přišlo na koncert stejného zpěváka i v Koňově, který má 60 000 obyvatel. Ve Virovicích, které mají 20 000 obyvatel, jich přišlo ještě víc a to 3 000. A v Soldenu, kde žije 100 000 obyvatel, na koncert přišlo 5 000 lidí.

- Ve kterém městě přišlo na koncert nejvíce lidí?
- Je tento zpěvák populárnější v Plšdubech, nebo v Koňově?
- Ve kterém z těchto měst je nejpopulárnější?

5. Tabulka ukazuje počty, kolikrát padlo při 20 hodech kostkou které číslo.

Číslo	1	2	3	4	5	6
Padlo ...-krát	7	3	5	1	2	2

- V kolika procentech případů padlo liché číslo?
- Četnost hodu kterého čísla je znázorněna v diagramu vyšrafovaným políčkem? Jako odpověď uveď **číslo padnoucí na kostce**, ne kolikrát padlo.



6. Porovnej zlomky. Mezi dvojici zlomků doplň vhodné znaménko: $>$, $<$, $=$.

- | | | | | | |
|------------------|---------------|------------------|-----------------|--------------------|----------------|
| a) $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{5}$ | b) $\frac{8}{7}$ | $\frac{11}{13}$ | c) $\frac{42}{60}$ | $\frac{6}{12}$ |
|------------------|---------------|------------------|-----------------|--------------------|----------------|

7. a) Dva rozcestníky jsou od sebe na turistické mapě s měřítkem 1: 20 000 vzdáleny 10 cm. Jaká je jejich vzdálenost ve skutečnosti?

b) Na jiné mapě s grafickým měřítkem je vzdálenost mezi městy 7,5 cm. Jaká je jejich reálná vzdálenost?



8. a) Do plánu zahrady umísti altánek tak, aby:

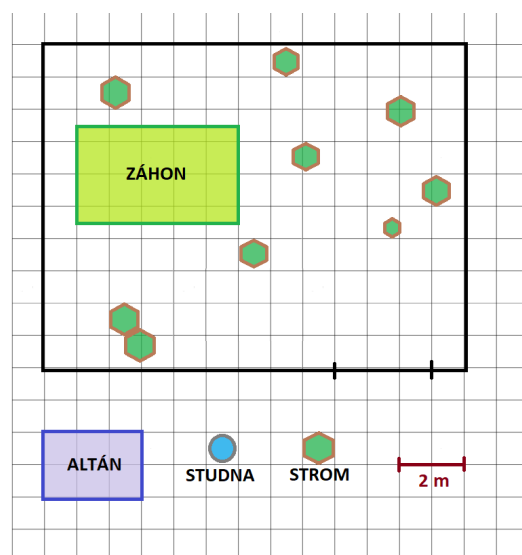
- nebyl vzdálen od plotu méně než 1 m a před bránou zůstal 4 m dlouhý volný pruh
- nestál nalevo od žádného stromu

b) Do plánu zahrady umísti studnu tak, aby:

- byla od záhonu vzdálena maximálně 5 m
- kolem ní ve vzdálenosti 1 m neležel žádný jiný objekt (ani záhon nebo plot)

c) Jaký je obsah plochy, kterou zabírá altán?

d) Na zastřešení altánku se spotřebovalo 9 plechových plátů. Kolik stejných plechových plátů by bylo potřeba na zastřešení přístřešku, který pokrývá přesně plochu záhonu?



Příloha č. 11 – Odpovědní arch

Záznamový arch. Před vypracováním testu vyplňte prosím následující údaje:

Pohlaví: muž - žena

Věk:

Třída:

Název školy:

Zeměpis: mě baví - mě nebaví - tak napůl

Matematika: mě baví - mě nebaví - tak napůl

Známka ze zeměpisu na posledním vysvědčení:

Známka z matematiky na posledním vysvědčení:

1. U každého tvrzení vyberte a zakroužkujte pouze na základě informací obsažených v mapě správnou odpověď.

I.	a) CHYSLAV A GABRNÁ b) SOLDEN A PLŠDUBY c) SOLDEN A AČPERK	IV.	a) ŘEPSKEM b) GORÁNEM c) MULASTÁNEM	VII.	a) ANO b) NE c) NELZE ROZHODNOUT
II.	a) KOŇOV b) PLŠDUBY c) GABRNÁ	V.	a) 30 b) 65 c) 95	VIII.	a) MÉNĚ NEŽ POLOVINA b) VÍCE NEŽ POLOVINA c) NELZE ROZHODNOUT
III.	a) 3 b) 5 c) 7	VI.	a) ZÁPADĚ, SEVERU b) ZÁPADĚ, VÝCHODĚ c) VÝCHODĚ, ZÁPADĚ	IX.	a) ANO b) NE c) NELZE ROZHODNOUT

2. U každého tvrzení vyberte a zakroužkujte pouze na základě informací obsažených v mapě správnou odpověď.

I.	a) BOROVICE b) JEDLE c) BUK	IV.	a) AČPERK b) SOLDEN c) KOŇOV	VII.	a) AČPERK b) CHYSLAV c) NELZE ROZHODNOUT
II.	a) 400 b) 800 c) 1200	V.	a) 20 b) 40 c) 75	VIII.	a) ANO b) NE c) NELZE ROZHODNOUT
III.	a) SMRKY b) DUBY c) BOROVICE	VI.	a) SEVERU b) ZÁPADĚ c) JIHU	IX.	a) DUB b) JEDLE c) NELZE ROZHODNOUT

Matematická část:

3. a) ANO x NE

b) ANO x NE

c) ANO x NE

4. a)

b)

c)

5. a)

b)

6. Mezi dvojicí zlomků doplň vhodné znaménko: >, <, = .

a) $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$

b) $\frac{8}{7}$ $\frac{11}{13}$

c) $\frac{42}{60}$ $\frac{6}{12}$

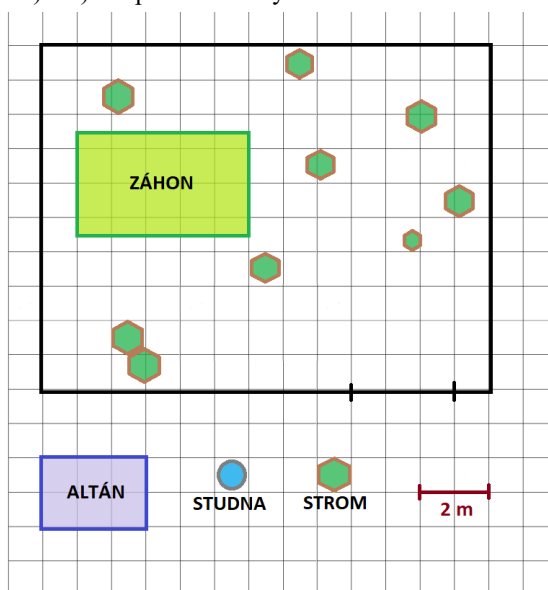
7. a)

b)

8. c)

d)

8. a) a b) Do plánu zahrady zakresli altán a studnu:



Příloha č. 12 – Testované nulové hypotézy a výsledek jejich statistického ověřování

Nulová hypotéza	Test	Pearsonův korelační koeficient	rozhodnutí
Úroveň mapových dovedností nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,656	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností čtení map nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,458	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností analýza map nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,563	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností interpretace map nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,466	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartogramem nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,545	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartodiagramem nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,576	ZAMÍTNUTO
Úroveň mapových dovedností chlapců nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,625	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností čtení map chlapců nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,473	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností analýza map chlapců nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,545	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností interpretace map chlapců nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,435	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartogramem chlapců nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,502	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartodiagramem chlapců nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,582	ZAMÍTNUTO
Úroveň mapových dovedností dívek nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,690	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností čtení map dívek nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,429	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností analýza map dívek nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,606	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností interpretace map dívek nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,487	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartogramem dívek nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,594	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartodiagramem dívek nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,565	ZAMÍTNUTO
Úroveň mapových dovedností studentů nižších gymnázií nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,410	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností čtení map studentů nižších gymnázií nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,189	NEZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností analýza map studentů nižších gymnázií nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,279	NEZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností interpretace map studentů nižších gymnázií nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,330	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartogramem studentů nižších gymnázií nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,307	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovedností práce s kartodiagramem studentů nižších gymnázií nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,327	ZAMÍTNUTO

Úroveň mapových dovedností žáků 9. tříd základních škol nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,666	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovednosti čtení map žáků 9. tříd základních škol nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,501	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovednosti analýza map žáků 9. tříd základních škol nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,584	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovednosti interpretace map žáků 9. tříd základních škol nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,455	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovednosti práce s kartogramem žáků 9. tříd základních škol nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,546	ZAMÍTNUTO
Úroveň dovednosti práce s kartodiagramem žáků 9. tříd základních škol nezávisí na úrovni matematických dovedností	Pearsonův korelační koeficient	0,618	ZAMÍTNUTO
Nulová hypotéza	Test	p-hodnota	rozhodnutí
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>porovnání hodnot</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0035	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu dovednost <i>podíl, procenta a porovnání zlomků</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	2,41E-06	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>relativní x absolutní data</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0006	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>interval</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0875	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>měřítko</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	1,15E-10	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>funkce, přímá úměrnost</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0007	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících dovednost <i>práce s diagramy</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	9,05E-08	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0493	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>odhad a měření vzdálenosti</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0039	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>porovnání velikostí ploch</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0043	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>prostorová představivost, světové strany</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0783	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>porovnání hodnot</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0167	ZAMÍTNUTO

Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>dovednost podíl, procenta a porovnání zlomků</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0004	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>relativní x absolutní data</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0113	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>interval</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,3293	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>měřítko</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	7,99E-07	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>funkce, přímá úměrnost</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0190	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících dovednost <i>práce s diagramy</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0008	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,4020	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>odhad a měření vzdálenosti</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,1057	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>porovnání velikostí ploch</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,2814	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost chlapců v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>prostorová představivost, světové strany</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,1697	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>porovnání hodnot</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0658	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>podíl, procenta a porovnání zlomků</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0019	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>relativní x absolutní data</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,4273	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>interval</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,1655	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>měřítko</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	4,78E-05	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnání tématu <i>funkce, přímá úměrnost</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0286	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících dovednost <i>práce s diagramy</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	2,44E-05	ZAMÍTNUTO

Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0910	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>odhad a měření vzdálenosti</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0171	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>porovnání velikostí ploch</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0083	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost dívek v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>prostorová představivost, světové strany</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,3189	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>porovnání hodnot</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test		
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>podíl, procenta a porovnání zlomků</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,2984	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>relativní x absolutní data</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,9194	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>interval</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test		
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>měřítko</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0206	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>funkce, přímá úměrnost</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,3784	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>práce s diagramy</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,3925	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,6468	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>odhad a měření vzdálenosti</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,3234	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>porovnání velikostí ploch</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,0733	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost studentů nižších gymnázií v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládání tématu <i>prostorová představivost, světové strany</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilkoxonův dvouvýběrový test	0,9789	NEZAMÍTNUTO

Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>porovnání hodnot</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0272	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>podíl, procenta a porovnání zlomků</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0010	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>relativní x absolutní data</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0012	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>interval</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,3617	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>měřítko</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	2,39E-06	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>funkce, přímá úměrnost</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0055	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících dovednost <i>práce s diagramy</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	4,85E-05	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>rovinné útvary a jejich vzájemná poloha</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0992	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>odhad a měření vzdálenosti</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0275	ZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>porovnání velikostí ploch</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,4857	NEZAMÍTNUTO
Úspěšnost žáků 9. tříd základních škol v otázkách v mapovém testu vyžadujících ovládnutí tématu <i>prostorová představitelost, světové strany</i> nezávisí na úspěšnosti této dovednosti v matematickém testu.	Wilcoxonův dvouvýběrový test	0,0349	ZAMÍTNUTO

Pozn.: Prázdná políčka v tabulce jsou způsobena stoprocentní úspěšností dané matematické dovednosti v matematické části testu

Zdroj: vlastní zpracování